

## ЭФФЕКТ ААРОНОВА – БОМА НА ЭЛЕКТРОНАХ У ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОГО ГЕЛИЯ

А.М.Дюгаев<sup>+</sup>, А.С.Рожавский\*, И.Д.Вагнер, П.Видер  
Grenoble High Magnetic Field Laboratore MPI-FRFR and CNRS  
BP 166, F-38042 Grenoble, France

<sup>+</sup>Институт теоретической физики им. Л.Д.Ландау РАН  
142432 Черногловка, Московская обл., Россия

\*Физико-технический институт низких температур НАН  
310164 г. Харьков, Украина

Поступила в редакцию 19 февраля 1998 г.

Предложен метод получения конечных электронных систем у поверхности жидкого гелия. Если нижнюю пластину конденсатора под тонкой пленкой гелия выполнить в виде соединенных между собой металлических колец, то электроны будут скапливаться в потенциальных желобах вблизи этих колец. Чистота поверхности гелия, то есть отсутствие на ней примесей и центров пиннинга, дает прекрасную возможность исследовать эффект Ааронова – Бома в идеальном кольце вигнеровского кристалла и латтинжеровской жидкости.

PACS: 73.20.Dx

1. Эффект Ааронова – Бома (АБ) [1] в твердотельных электронных кольцевых системах подавляется примесями и центрами пиннинга для случая электронного вигнеровского кристалла [2]. Представляет интерес экспериментальное исследование идеального "чистого" электронного кольца, так как именно для него применима хорошо развитая теория эффекта АБ [2, 3]. Ниже мы предлагаем метод экспериментального исследования электронных колец на поверхности жидкого гелия. Чистота поверхности гелия, то есть отсутствие на ней примесей, дает принципиальную возможность, меняя плотность электронов, наблюдать осцилляции АБ в идеальном кольце электронного вигнеровского кристалла и электронной латтинжеровской жидкости. Иначе говоря, есть возможность выделить эффекты электрон-электронного взаимодействия.

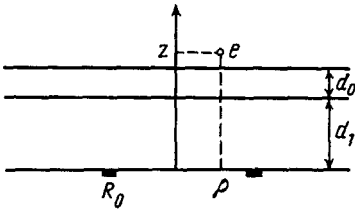
Существует хорошо разработанная экспериментальная методика получения двумерных электронных систем у поверхности жидкого гелия [4]. Тонкая пленка гелия на гладкой подложке помещается в конденсатор и над поверхностью гелия включается источник электронов. Электроны прижимаются к поверхности гелия силами электростатического изображения и электрическим полем. На тонкой пленке гелия получена плотность электронов  $n_e \approx 10^{11} \text{ см}^{-2}$  и обнаружен эффект квантового плавления электронного вигнеровского кристалла [5]. Для низкой электронной плотности  $n_e \approx 10^8 \text{ см}^{-2}$  обнаружено аномальное (на четыре порядка) увеличение подвижности вигнеровского кристалла на пленке  $\text{He}^3$  при понижении температуры до  $T \approx 0.2 \cdot 10^{-3} \text{ K}$  [6]. Одномерные электронные системы исследовались на пленке гелия на дифракционных решетках [7, 8].

2. Кольцевые электронные системы можно получить, если нижнюю пластину конденсатора выполнить в виде металлических колец, соединенных между собой перемычками (см. рисунок). Такая металлическая структура может быть напылена

как на подложку непосредственно под пленкой гелия, так и на ее обратной стороне. Это позволяет менять расстояние между металлическим кольцом и поверхностью гелия, в широких пределах изменяя толщину подложки и пленки жидкости. Если расстояние между металлическими кольцами намного больше их радиуса  $R_0$ , достаточно учесть эффект одного кольца, которое создает для электрона потенциал притяжения  $V(z, \rho)$ .

$$V(z, \rho) = -e^2 \int \frac{n(\rho_1) d\rho_1}{(z^2 + (\rho - \rho_1)^2)^{1/2}}. \quad (1)$$

Здесь  $z$  и  $\rho$  – расстояния электрона от плоскости и центра кольца, а  $n(\rho)$  – поверхностная плотность заряда металлического кольца,  $e$  – эффективный заряд электрона, который зависит от соотношения между диэлектрическими проницаемостями пленки гелия, подложки под ним и их толщинами.



Вид сбоку. Черные прямоугольники – поперечное сечение металлического кольца.  $R_0$  – его радиус,  $z$  и  $\rho$  – координаты электрона  $e$ ,  $d_0$  – толщина пленки гелия,  $d_1$  – толщина подложки

Для тонкого кольца его ширина  $\Delta$  намного меньше  $R_0$  и из (1) получаем

$$V(z, \rho) = -\frac{eQ}{\pi} \int_0^\pi \frac{d\varphi}{(z^2 + (\rho - R_0)^2 + 4\rho R_0 \sin^2(\varphi/2))^{1/2}}, \quad (2)$$

где  $Q$  – полный эффективный заряд металлического кольца. Если ввести безразмерные переменные  $x = \rho/R_0$ ;  $y = z/R_0$ , то зависимость  $V(x, y)$  определяется выражением

$$V(x, y) = \frac{eQ}{R_0} I(x, y),$$

$$V(z, y) = -\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{d\varphi}{(y^2 + (x - 1)^2 + 4x \sin^2(\varphi/2))^{1/2}}. \quad (3)$$

При  $y < 1/\sqrt{2}$   $V(x, y)$  имеет минимум при  $x \neq 0$ . Это случай потенциального желоба (кольца) для электронов на поверхности гелия. Если же  $y > 1/\sqrt{2}$ , то минимум  $V(x, y)$  достигается при  $x = 0$ , то есть при  $\rho = 0$  (2). Это случай потенциальной ямы для электронов на поверхности жидкости. Разложение  $I(x, y)$  при малых  $x$  и любых  $y$  имеет вид

$$I(x, y) = -\frac{1}{\sqrt{1+y^2}} \left[ 1 + x^2 \frac{(1/2 - y^2)}{(1+y^2)^2} + \frac{3}{8} x^4 \frac{(y^4 - 3y^2 + 3/8)}{(1+y^2)^4} \right]. \quad (4)$$

Для случая  $y \ll 1$ , то есть  $z \ll R_0$ , заменяя  $\sin(\varphi/2)$  в (3) на  $\varphi/2$  с логарифмической точностью, имеем

$$I \cong -\frac{1}{2\pi} \ln \frac{4\pi^2}{y^2 + (x-1)^2}. \quad (5)$$

Электроны не проникают в жидкий гелий [4], поэтому его координата по оси  $z$  ограничена условием  $z > z_0$ , где  $z_0 = d_0$ , если металлическое кольцо находится на подложке непосредственно под пленкой гелия толщиной  $d_0$ . Если же оно расположено под подложкой толщиной  $d_1$ , то  $z_0 = d_0 + d_1$ . Отличие  $z$  от  $z_0$  мало, так как электроны прижаты к поверхности жидкого гелия силами электростатического изображения. Для тонкой пленки гелия главным эффектом является притяжение к подложке, что эквивалентно включению сильного электрического поля [4]. Потенциал  $V(z, \rho)$  может быть разложен по двум параметрам:  $z' = z - z_0$  и  $\rho - \rho_0$ , где  $\rho_0$  – значение минимума  $V$  по  $\rho$  при  $z = z_0$ . Например, в случае большого эффективного потенциального кольца ( $z_0 \ll R_0$ ) из (2), (5) получаем

$$V = V(z_0, R_0) + \frac{eQ}{2\pi R_0} \left[ \frac{(\rho - \rho_0)^2}{z_0^2} + \frac{2z'}{z_0} \right]. \quad (6)$$

В этом случае  $\rho_0 = R_0$ . Член  $\sim z'$  в (6) усиливает прижимающее поле электростатических изображений гелия и подложки под ним, а полный потенциал, действующий на электрон при малых  $z'$  и  $\rho - \rho_0$ , за вычетом несущественной для нас постоянной имеет вид

$$V(\rho, z') = \frac{M\omega_0^2}{2}(\rho - \rho_0)^2 + v(z'), \quad (7)$$

где  $M$  – масса электрона.

Радиус эффективного для электрона потенциального желоба  $\rho_0$  меняется в пределах  $0 < \rho_0 < R_0$  при изменении  $z_0$  в интервале  $0 < z_0 < R_0/\sqrt{2}$ , а характерная частота  $\omega_0$  в (7) пропорциональна заряду металлического кольца  $Q$  (2). Она зависит от напряжения на пластинах конденсатора. Итак, в зависимости от соотношения между радиусом металлического кольца  $R_0$  и его расстоянием от поверхности гелия  $z_0$  можно создать эффективный осцилляторный потенциал для электрона, имеющий минимум по  $\rho$  при сколь угодно малом значении  $\rho_0$  (4), (7).

3. Волновая функция электрона  $\Phi$  для потенциала (7) в магнитном поле  $H$ , направленном по оси  $z$ , имеет вид

$$\Phi = \varphi(z)\Psi(\rho), \quad (8)$$

зависимость  $\varphi$  от  $z$  для нас несущественна, а  $\Psi(\rho)$  есть решение уравнения Шредингера с гамильтонианом  $\hat{H}$  [9]:

$$\hat{H} = \frac{1}{2M} \left( \hat{p} - \frac{e}{c} \mathbf{A} \right)^2 + \frac{M\omega_0^2}{2}(\rho - \rho_0)^2, \quad (9)$$

$\hat{p}$  – оператор импульса электрона,  $\mathbf{A}$  – векторный потенциал. В калибровке Фока [10]  $A_\varphi = \frac{H\rho}{2}$ ;  $A_z = A_\rho = 0$ , подстановкой

$$\Psi = e^{im\varphi} \frac{\chi(\rho)}{\sqrt{\rho}}$$

из (9) получаем уравнение для функции  $\chi(\rho)$ :

$$\frac{\hbar^2}{2M} \chi'' + \left( E_m - \bar{V}(\rho) \right) \chi = 0. \quad (10)$$

Энергия  $E_m$  зависит от магнитного квантового числа  $m$ , а эффективный потенциал  $\tilde{V}(\rho)$  имеет вид

$$\tilde{V}(\rho) = \frac{M\omega_0^2}{2}(\rho - \rho_0)^2 + V_H(\rho),$$

$$V_H(\rho) = \frac{m^2 - 1/4}{\rho^2} \frac{\hbar^2}{2M} + \frac{M\omega_H^2}{8}\rho^2 + \frac{\hbar\omega_H m}{2}, \quad (11)$$

где  $\omega_H = eH/MC$  – циклотронная частота.

Итак, для определения спектра электрона  $E_H$  нужно найти решение уравнения для  $\chi$  (10) с потенциалом  $\tilde{V}(\rho)$  (11) и граничными условиями  $\chi(0) = \chi(\infty) = 0$ . Покажем, что для больших орбитальных чисел  $m \gg 1$  можно получить аналитическое решение (10). В самом деле, заменяя  $m^2 - 1/4$  в (11) на  $m^2$ , получаем выражение для  $V_H$  (11):

$$V_H = \frac{M\omega_H^2}{2} \left( \frac{\rho}{2} + \frac{\hbar m}{\rho M \omega_H} \right)^2. \quad (12)$$

Потенциал  $V_H$  имеет минимум по  $\rho$  при  $\rho = \rho_m$  и его разложение вблизи  $\rho = \rho_m$  имеет вид:

$$V_H = \frac{\hbar\omega_H}{2}(m + |m|) + \frac{M\omega_H^2}{2}(\rho - \rho_m)^2, \quad \rho_m^2 = \frac{2\hbar|m|}{M\omega_H}. \quad (13)$$

Из (11), (13) следует, что эффективный потенциал  $\tilde{V}$  есть сумма двух осцилляторных потенциалов с минимумами в точках  $\rho_0$  и  $\rho_m$ . Так как нас интересуют решения для  $\chi$  (10), сосредоточенные вблизи  $\rho = \rho_0$ , то граничное условие  $\chi(0) = 0$  оказывается несущественным: волновая функция электрона при  $\rho = 0$  и так экспоненциально мала. Поэтому сдвигом переменной  $\rho$  в (10) можно привести эффективный потенциал  $\tilde{V}(\rho)$  к виду

$$\tilde{V}(\rho_1) = \frac{\hbar\omega_H(m + |m|)}{2} + \frac{M}{2} \frac{\omega_H^2 \omega_0^2}{\omega_H^2 + \omega_0^2} (\rho_0 - \rho_m)^2 + \frac{M}{2} (\omega_H^2 + \omega_0^2) (\rho_1 - \tilde{\rho}_0)^2, \quad (14)$$

$$\tilde{\rho}_0 = \frac{\omega_0^2 \rho_0 + \omega_H^2 \rho_m}{\omega_H^2 + \omega_0^2}.$$

Уравнение (10) с потенциалом (14) имеет спектр  $E_m^n$  [9,10]:

$$E_m^n = \frac{\hbar\omega_H(m + |m|)}{2} + (n + 1/2)\hbar(\omega_H^2 + \omega_0^2)^{1/2} + \frac{M}{2} \frac{\omega_H^2 \omega_0^2}{\omega_H^2 + \omega_0^2} (\rho_0 - \rho_m)^2, \quad (15)$$

где  $\rho_m$  определено в (13), а  $n$  – целое число. Так как мы предполагали, что  $\rho_0 \approx \rho_m$ , можно с той же точностью заменить в (15)  $\rho_0 - \rho_m$  на  $\rho_0^2 - \rho_m^2 / 2\rho_0$ , и последний член в (15) может быть представлен в виде

$$\frac{\hbar^2}{\rho_0^2 2M^*} \left( |m| - \frac{\Phi}{\Phi_0} \right)^2, \quad (16)$$

где  $M^*$  – эффективная масса электрона,  $\Phi$  – поток магнитного поля через электронное кольцо,  $\Phi_0$  – элементарный поток:

$$M^* = M \frac{\omega_H^2 + \omega_0^2}{\omega_0^2}, \quad \Phi = \pi \rho_0^2 H, \quad \Phi_0 = \frac{2\pi \hbar C}{e}. \quad (17)$$

Рассмотрим предельные случаи. В слабом магнитном поле  $\omega_0 \gg \omega_H$  и можно заменить в (16)  $M^*$  на  $M$  и из (15) получаем

$$E_m^n = (n + 1/2)\omega_0 + \frac{\hbar^2}{2M\rho_0^2} \left( m + \frac{\Phi}{\Phi_0} \right)^2. \quad (18)$$

В этом случае член, пропорциональный  $|m|$  в (15), равен нулю. В сильном магнитном поле  $\omega_H \gg \omega_0$  и из (15) имеем

$$E_m^n = \hbar\omega_H \left( \frac{m + |m| + 1}{2} + n \right) + \frac{\hbar^2}{2M^*\rho_0^2} \left( |m| - \frac{\Phi}{\Phi_0} \right)^2. \quad (19)$$

Второй член в (19) существенен только для отрицательных  $m$ , так как его учет снимает бесконечно кратное вырождение  $E_m^n$  по  $m$  при  $m < 0$ . Обычно эффект АБ рассматривается в пределе слабого поля, когда применимо выражение (18) и зависимость спектра  $E_m^n$  от магнитного поля  $H$  входит только через магнитный поток  $\Phi$ . Для тонкой пленки гелия толщины  $d$  на подложке с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  кулоновское взаимодействие электронов  $V(r)$  ослаблено на больших расстояниях  $r$  [11]:

$$V(r) = e^2 \left[ \frac{1}{r} - \frac{\delta}{[r^2 + (2d)^2]^{1/2}} \right], \quad \delta = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 1}. \quad (20)$$

В сильном магнитном поле из-за увеличения эффективной массы электрона  $M^*$  (17), (19) кулоновское взаимодействие электронов становится существенным и можно наблюдать фазовый переход латтинжеровская жидкость – вигнеровский кристалл в электронном кольце на поверхности жидкого гелия.

Мы благодарим Ю.Н. Овчинникова за обсуждение работы.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, (грант 96-02-18168) и фондом INTAS-RFBR (грант 95-553).

- 
1. Y.Aharonov and Bohm, Phys. Rev. **115**, 485 (1959).
  2. C.L.Kane and M.P.A.Fisher, Phys. Rev. Lett. **68**, 1220 (1992).
  3. А.А.Звягин, И.В.Криве, ФНТ **21**, 687 (1995).
  4. В.Б.Шишкин, Ю.П.Монахра, *Двумерные заряженные системы в гелии*, М.: Наука, 1989.
  5. G.Mistura, T.Gunzler, B.Bitnar et al., Surface Science **361-362**, 831 (1996).
  6. K.Shirahama, O.I.Kirichek and K.Kono, Phys. Rev. Lett. **79**, 4218 (1997).
  7. Ю.З.Ковдя, Ю.П.Монахра, ФНТ **12**, 1011 (1986).
  8. В.А.Николаенко, Х.Яяма, Ю.З.Ковдя, А.Томокийон, ФНТ **23**, 642 (1997).
  9. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, *Квантовая механика*, М.: Наука, 1974.
  10. V.V.Fock, Zs. Phys. **47**, 446 (1928).
  11. F.M.Peeters, Phys. Rev. **30**, 159 (1984).