Письма в ЖЭТФ, том 67, вып.11, стр.887 - 891 © 1998г. 10 июня

МНОГОЧАСТОТНОЕ ФОТОННОЕ ЭХО, ПОРОЖДАЕМОЕ ПРЕДЕЛЬНО КОРОТКИМИ ИМПУЛЬСАМИ

*А.Ю.Пархоменко, С.В.Сазонов**

Томский государственный университет
634050 Томск, Россия

**Калининградский государственный технический университет*
236000 Калининград, Россия

Поступила в редакцию 23 апреля 1998 г.

Теоретически исследован эффект фотонного эха в многоуровневой квантовой среде при возбуждении ее двумя предельно короткими импульсами длительностью до одного периода световых колебаний. Показано, что на каждой частоте разрешенных переходов может сформироваться Q сигналов эха (Q – число разрешенных переходов), а количество эхо-откликов на всех разрешенных переходах равно Q^2. При этом $Q(Q-1)$ сигналов разнесены как во времени, так и в пространстве. Другие Q эхо-сигналов всех разрешенных частот, возникающие в момент времени $2\tau_{21}$ (τ_{21} – промежуток времени между подачей на среду первого и второго импульсов), коллинеарны друг другу.

PACS: 42.50.Md

Возможности генерации в лабораторных условиях предельно коротких импульсов (ПКИ) оптического диапазона [1 – 3] породили немалый интерес к исследованиям взаимодействия таких импульсов с веществом. Так как ПКИ содержат внутри себя порядка одного периода электромагнитных колебаний (то есть являются видеоимпульсами), здесь в волновых и материальных уравнениях несправедливы приближения медленно меняющихся амплитуд и вращающейся волны [4], хорошо зарекомендовавшие себя в оптике монохроматических резонансных импульсов (МРИ). Резонансный эффект самоиндуцированной прозрачности нашел свой аналог для ПКИ [5, 6]. Следовательно, есть основания предполагать, что эффект фотонного эха [7, 8], так же как и самоиндуцированная прозрачность относящийся к числу нестационарных оптических явлений, должен иметь свой аналог и особенности при возбуждении среды с помощью ПКИ. В работах [9, 10] на примере двухуровневой среды были рассмотрены первичное и стимулированное одночастотные фотонные эхо при комбинированных возбуждениях среды предельно короткими и монохроматическими сигналами. В силу малой длительности ПКИ его спектр является достаточно широким, поэтому во взаимодействие с ним может вовлекаться сразу несколько квантовых переходов, характеризующих оптические свойства среды в частотной области, захватываемой спектром импульса. В результате на данных переходах могут возникать эхо-сигналы соответствующих частот. Эффекты эха при воздействии на среду резонансными импульсами различных частот исследовались ранее во многих работах (см. гл. 5 книги [11] и цитированную в ней литературу).

Настоящая работа посвящена исследованию многочастотного фотонного эха при воздействии на многоуровневую квантовую среду широкополосными ПКИ. При этом предполагается, что рассматриваемые квантовые уровни значительно удалены от непрерывного спектра среды, так что процессами ионизации можно пренебречь. Этому условию могут удовлетворить, очевидно, переходы, лежащие в инфракрасной области спектра [5, 6]. Запишем условие спектрального перекрытия [12]:

$$|\omega_{mr}|\tilde{\tau}_p \ll 1, \tag{1}$$

где $\omega_{mr} = -\omega_{rm}$ – частота разрешенного перехода между m-ым и r-ым уровнями ($\omega_{mr} > 0$ при $m < r$), $\tilde{\tau}_p$ – характерный временной масштаб ПКИ. Система материальных уравнений для элементов ρ_{mr} матрицы плотности $\hat{\rho}$ среды в пренебрежении необратимой релаксацией имеет вид

$$\dot{\rho}_{mr} = i\omega_{mr}\rho_{mr} + i[\hat{A}, \hat{\rho}]_{mr}, \tag{2}$$

где $m, r = 1, 2, ..., N$, N – число рассматриваемых квантовых уровней, $\hat{A}$ – матрица переходов с элементами $A_{mr} = d_{mr}E/\hbar$, d_{mr} – проекция матричного элемента оператора $\hat{d}$ дипольного момента $m \leftrightarrow r$-перехода на напряженность $\mathbf{E}$ электрического поля ПКИ, $\hbar$ – постоянная Планка.

При исследовании возбуждения среды в силу (1) полагаем $\omega_{mr} \approx 0$. Следовательно, из (2) находим

$$\dot{\hat{\rho}} = i[\hat{A}, \hat{\rho}]. \tag{3}$$

Сигналы эха формируются во времени свободной эволюции ($\hat{A} = 0$) атомных дипольных моментов. Поэтому

$$\rho_{mr}(t) = \rho_{mr}(t_j)\exp[i\omega_{mr}(t - t_j)], \tag{4}$$

где t_j – время окончания воздействия n-го ПКИ.

При условии $\left[\hat{A}, \int_{t_0}^{t} \hat{A}\,dt\right] = 0$ (t_0 – время начала воздействия ПКИ) [13], выполняющемся, в частности, для линейно поляризованных сигналов [14], решение (3) можно представить в виде

$$\hat{\rho}(t) = \exp\left(i\frac{\hat{\theta}}{2}\right)\hat{\rho}(t_0)\exp\left(-i\frac{\hat{\theta}}{2}\right), \tag{5}$$

где $\hat{\rho}(t_0)$ – матрица плотности среды перед воздействием ПКИ, $\hat{\theta} = 2\int_{t_0}^{t} \hat{A}\,dt'$. Применяя последовательно n раз соотношения (4) и (5), получаем выражение для дипольного момента $D \equiv \mathrm{Sp}(\hat{\rho}\hat{d})$ атома после воздействия n импульсов:

$$D = 2i\, d_{pq}U^{(n)}\rho_{ll}\sin[\omega_{pq}(t - \tau_{n,n-1}) + ... + \omega_{kj}\tau_{32} + \omega_{mr}\tau_{21}], \tag{6}$$

где

$$U^{(n)} = U_{pt}^{(n)}...U_{km}^{(2)}U_{ml}^{(1)}U_{lr}^{*(1)}U_{rj}^{*(2)}...U_{hq}^{*(n)}, \quad U_{pk}^{(s)} = [\exp(i\hat{\theta}^{(s)}/2]_{pk}$$

– матричные элементы оператора эволюции после воздействия s-го ПКИ, определяемые профилем последнего и схемой разрешенных квантовых переходов, ρ_{ll} – матричные элементы равновесной матрицы плотности, $\tau_{s,s-1}$ – промежуток времени между соседними возбуждающими импульсами ($s = 2, 3, ..., n$), n – количество поданных на среду импульсов. По всем нижним индексам, за исключением индексов у τ, производится суммирование от 1 до N.

Зная формфактор контура неоднородного уширения для каждого из разрешенных переходов $g_{mk} \equiv g_{mk}(T_{mk}^*, \omega_{mk} - \omega_{mk0})$ (T_{mk}^* – время расфазировки атомных диполей на $m \leftrightarrow k$-переходе, ω_{mk0} – центральная частота $m \leftrightarrow k$-перехода, соответствующая максимуму формфактора g_{mk}), можно найти поляризацию P среды как отклик на воздействие последовательности ПКИ.

В случае двухимпульсного воздействия ($n = 2$) из (6) находим времена $t_{kj}^{(mr)}$ возникновения эхо-сигналов на частоте $|\omega_{kj}|$ ($kj(mr)$ эхо-сигналов):

$$t_{kj}^{(mr)} = \left(1 + \left|\frac{\omega_{mr0}}{\omega_{kj0}}\right|\right)\tau_{21}. \tag{7}$$

В числителе под знаком модуля выражения (7) ω_{mr0} – центральные частоты всех разрешенных переходов. Таким образом, на каждой частоте количество эхо-сигналов S_ω в общем случае равно числу разрешенных переходов Q. Если, например, в N-уровневой системе разрешены все переходы, то на каждой из возможных частот $S_\omega = N(N-1)/2$. Общее же количество эхо-откликов на всех частотах $S = Q^2$. В то же время известно, что при воздействии на среду двумя МРИ разных частот в среде формируется только один эхо-сигнал на разностной частоте [11]. Таким образом, с помощью ПКИ может быть сформировано значительно больше сигналов эха, чем с помощью МРИ. Из (7) следует, что Q эхо-сигналов различных частот формируется в момент времени $2\tau_{21}$ (при $|\omega_{mr0}| = |\omega_{kj0}|$ в (7)). Остальные же $Q(Q-1)$ сигналов появляются в различные времена. Характерная временная длительность эхо-импульса на частоте $|\omega_{kj0}|$ порядка T_{kj}^*. Тогда для разрешимости двух соседних эхо-сигналов одной и той же частоты $|\omega_{kj0}|$ временной интервал между ними Δt_{kj} должен удовлетворять условию $\Delta t_{kj} > 2T_{kj}^*$.

Следуя методике определения волнового вектора эха [11], найдем для $kj(mr)$ эхо-сигнала:

$$\mathbf{k}_{kj}^{(mr)} = \mathbf{k}_{kj}^{(2)} + \mathbf{k}_{mr}^{(2)} - \mathbf{k}_{mr}^{(1)}. \tag{8}$$

Левой части выражения (8) соответствуют волновые векторы эхо-сигналов частоты $|\omega_{kj0}|$, высвечивающиеся во времена $t_{kj}^{(mr)}$ (см. (7)). В правой части (8) под волновыми векторами следует понимать спектральные компоненты подаваемых на среду ПКИ. Верхний индекс в скобках 1 или 2 соответствует порядковому номеру видеоимпульса. Направление $\mathbf{k}_{pq}^{(s)}$ ($s = 1, 2$) совпадает с направлением подачи s-го ПКИ. При этом $|\mathbf{k}_{pq}^{(s)}| = |\omega_{pq0}|/c$, $|\omega_{pq0}|$ – центральная частота одного из разрешенных $p \leftrightarrow q$-переходов. Следуя [9, 10], сопоставим с каждым ПКИ квазинечеткий направленный волновой вектор с характерной величиной $(c\tilde{\tau}_p)^{-1}$. В силу (1) ПКИ содержит в себе все резонансные спектральные компоненты. В направлениях, определяемых (8), должны наблюдаться максимумы интенсивностей высвечивающихся сигналов эха [9]. Из (8) видно, что Q эхо-сигналов равных частот, формируемых в момент времени $2\tau_{21}$, являются коллинеарными по отношению друг к другу. Их волновые векторы определяются выражениями $\mathbf{k}_{kj}^{(kj)} = 2\mathbf{k}_{kj}^{(2)} - \mathbf{k}_{kj}^{(1)}$ при неколлинеарной подаче возбуждающих ПКИ. Остальные же $Q(Q-1)$ эхо-откликов разнесены в пространстве.

Проиллюстрируем соотношения (7), (8) на примере трехуровневой среды, для которой разрешены все три перехода. Состояниям 1, 2, 3 соответствуют энергии W, 0, $-\epsilon W$, где ϵ – параметр неэквидистантности [11]. Из (7) находим времена высвечивания эхо-сигналов на каждой из разрешенных частот:

$$\begin{gathered} t_{12}^{(12)} = 2\tau_{21}, \quad t_{12}^{(13)} = (2+\epsilon)\tau_{21}, \quad t_{12}^{(23)} = (1+\epsilon)\tau_{21}; \\ t_{13}^{(12)} = \left(1 + \frac{1}{1+\epsilon}\right)\tau_{21}, \quad t_{13}^{(13)} = 2\tau_{21}, \quad t_{13}^{(23)} = \left(1 + \frac{\epsilon}{1+\epsilon}\right)\tau_{21}; \\ t_{23}^{(12)} = \left(1 + \frac{1}{\epsilon}\right)\tau_{21}, \quad t_{23}^{(13)} = \left(2 + \frac{1}{\epsilon}\right)\tau_{21}, \quad t_{23}^{(23)} = 2\tau_{21}. \end{gathered} \tag{9}$$

Из (8) получим волновые векторы, определяющие направления высвечивания соответствующих эхо-откликов:

$$\begin{gathered}\mathbf{k}_{12}^{(12)}=2\mathbf{k}_{12}^{(2)}-\mathbf{k}_{12}^{(1)},\quad \mathbf{k}_{12}^{(13)}=\mathbf{k}_{12}^{(2)}+\mathbf{k}_{13}^{(2)}-\mathbf{k}_{13}^{(1)},\quad \mathbf{k}_{12}^{(23)}=\mathbf{k}_{13}^{(2)}-\mathbf{k}_{23}^{(1)};\\ \mathbf{k}_{13}^{(12)}=\mathbf{k}_{13}^{(2)}+\mathbf{k}_{12}^{(2)}-\mathbf{k}_{12}^{(1)},\quad \mathbf{k}_{13}^{(13)}=2\mathbf{k}_{13}^{(2)}-\mathbf{k}_{13}^{(1)},\quad \mathbf{k}_{13}^{(23)}=\mathbf{k}_{13}^{(2)}+\mathbf{k}_{23}^{(2)}-\mathbf{k}_{23}^{(1)};\\ \mathbf{k}_{23}^{(12)}=\mathbf{k}_{13}^{(2)}-\mathbf{k}_{12}^{(1)},\quad \mathbf{k}_{23}^{(13)}=\mathbf{k}_{23}^{(2)}+\mathbf{k}_{13}^{(2)}-\mathbf{k}_{13}^{(1)},\quad \mathbf{k}_{23}^{(23)}=2\mathbf{k}_{23}^{(2)}-\mathbf{k}_{23}^{(1)}.\end{gathered}\tag{10}$$

Отметим, что 12(13), 12(23), 13(13), 23(12) и 23(13) эхо-отклики фиксировались при двухчастотных (двух- и трехимпульсных) резонансных воздействиях на трехуровневую среду с помощью МРИ [11]. Здесь же (см. (9) и (10)), при воздействии только двух ПКИ, появляются все возможные $kj(mr)$ эхо-сигналы, включая перечисленные в [11].

Для определения интенсивности различных эхо-сигналов необходимо вычислить матричные элементы $U_{mr}^{(s)}$ $(s = 1, 2)$ оператора эволюции, что в общем случае представляется весьма непростой задачей. Предположим, что разрешены только переходы, имеющие один общий квантовый уровень с номером μ в рассматриваемой системе N уровней. Существует множество физических реализаций данной модели. Например, при $N = 3$ и $N = 4$ она описывает оптические свойства широкозонных диэлектриков ($\mu = 2$ и $\mu = 3$ для $N = 3$, $\mu = 2$ для $N = 4$) [15, 16]. Учет взаимодействия колебательных и электронных термов у молекул приводит к трехуровневой модели ($N = 3$, $\mu = 3$) [15]. В этом случае у симметричной матрицы $\hat{\theta}$ отличны от нуля лишь элементы μ-ой строки и μ-го столбца, за исключением элемента $\theta_{\mu\mu} = 0$. Совершая разложение $\exp(i\hat{\theta}/2)$ в ряд Тейлора по степеням $\hat{\theta}$, после его суммирования получим:

$$U_{kp}^{(j)}=\delta_{kp}-\frac{(\hat{\theta}_j^2)_{kp}}{\theta_j^2}\left(1-\cos\frac{\theta_j}{2}\right)+i\frac{(\hat{\theta}_j)_{kp}}{\theta_j}\sin\frac{\theta_j}{2},\quad j=1,2,\tag{11}$$

где δ_{kp} – символ Кронекера,

$$\theta_j=2(D_\mu/\hbar)\int\limits_{t_j}^{t}E_j dt',\quad D_\mu^2=\sum_{i=1}^{N}d_{i\mu}^2$$

(индекс j соответствует порядковому номеру подаваемого на среду ПКИ), t_j – время начала подачи j-го ПКИ. Заметим, что "площадь" θ_j ПКИ выражается не через огибающую, которую в данном случае ввести невозможно, а через само электрическое полеE.

Пусть перед воздействием первого ПКИ среда находится в состоянии равновесия, когда диагональные элементы $\rho_{kk}(0)$ $(k = 1, 2, ..., N)$ пропорциональны соответствующим больцмановским факторам. Выделяя после подстановки (11) в (6) части дипольного момента $D_{\mu k}^{(mr)}$, вносящие вклад в эхо на частоте $|\omega_{\mu k0}|$, найдем соответствующие выражения для поляризации $P_{\mu k}^{(\mu r)}$ в моменты времени $t_{\mu k}^{(\mu r)}$:

$$\begin{gathered}P_{\mu k}^{(\mu r)}=\frac{4\rho}{D_\mu^3}d_{\mu k}^2 d_{\mu r}^2 L_{\mu r}^{(1)}\cos\frac{\theta_2}{2}\sin^2\frac{\theta_2}{4}\quad \text{при}\quad k<\mu<r \quad\text{и}\quad r<\mu<k,\\ P_{\mu k}^{(\mu r)}=\frac{2\rho}{D_\mu^3}d_{\mu k}^2 d_{\mu r}^2 L_{\mu r}^{(1)}\sin^2\frac{\theta_2}{2}\quad \text{при}\quad \mu<k,r \quad\text{и}\quad \mu>k,r.\end{gathered}\tag{12}$$

Здесь

$$L_{\mu r}^{(1)} = \sin\frac{\theta_1}{2}\left(\cos\frac{\theta_1}{2}\rho_{\mu\mu} - \rho_{rr} + \frac{2}{D_\mu^2}\sin^2\frac{\theta_1}{4}\sum_{l=1}^{N} d_{\mu l}^2\rho_{ll}\right), \tag{13}$$

где ρ – концентрация атомов. Зная $P_{\mu k}^{(\mu r)}$, можно вычислить интенсивность $I_{\mu k}^{(\mu r)}$ соответствующих эхо-откликов как

$$I_{\mu k}^{(\mu r)} \cong \frac{2\omega_{\mu k}^4}{3c^3}V^2\left(P_{\mu k}^{(\mu r)}\right)^2$$

(V – объем излучающего образца).

Из (12), в частности, следует, что интенсивность первой группы эхо-сигналов ($k < \mu < r$, $r < \mu < k$) максимальна при $\theta_2 = 2\pi$, при этом эхо-импульсы второй группы ($\mu < k, r$, $\mu > k, r$) не возникают. В то же время, если $\theta_2 = \pi$, подавляются сигналы эха первой группы, а интенсивность откликов второй группы максимальна. Зависимость амплитуды эхо-сигналов от "площади" первого ПКИ θ_1 определяется соотношением (13). Например, для V-переходов в трехуровневой системе ($\mu = 3$) и начальной заселенности лишь основного состояния ($\rho_{33} = 1$) из (13) находим, что $L_{3r}^{(1)} = (\sin\theta_1)/2\pi$. Тогда амплитуда эхо-откликов максимальна при $\theta_1 = \pi/2$. При этом все эхо-сигналы принадлежат ко второй группе, максимум интенсивности которых соответствует $\theta_2 = \pi$. В случаях Λ-переходов ($\mu = 1$) и каскадного возбуждения ($\mu = 2$) трехуровневой среды соответствующий анализ также сводится к поиску максимальных значений $P_{\mu k}^{(\mu r)}$ как функции θ_1 и θ_2.

Таким образом, уже при двухимпульсном воздействии на многоуровневую квантовую среду с помощью ПКИ может быть генерировано большое число эхо-сигналов как на одной частоте, так и на частотах различных разрешенных переходов. Многоимпульсное же воздействие ($n > 2$) способно расширить как число эхо-откликов, так и возможности управления ими варьированием параметров θ_j ($j = 1, 2, .., n$). Следуя [9, 10], можно исследовать эхо-отклики многоуровневой среды при ее возбуждении комбинированными последовательностями из ПКИ и МРИ. В результате должны расшириться возможности приложений фотонного эха в различных системах оперативной обработки информации, а также фундаментальных эхо-спектроскопических исследований.

---

1. D.H.Auston, K.P.Cheung, I.A.Valdmanis, and D.A.Kleinmann, Phys. Rev. Lett. **53**, 1555 (1984).
2. J.T.Darrow, B.B.Hu, X.C.Chang, and D.H.Auston, Opt. Lett. **15**, 323 (1990).
3. P.C.Becker, H.L.Fragnito, J.Y.Bigot et al., Phys. Rev. Lett. **63**, 505 (1989).
4. Л.Аллен, Дж.Эберли, *Оптический резонанс и двухуровневые атомы*, М.: Мир, 1978.
5. Э.М.Беленов, А.В.Назаркин, Письма в ЖЭТФ **51**, 252 (1990).
6. Э.М.Беленов, А.В.Назаркин, В.А.Ущаповский, ЖЭТФ **100**, 762 (1991).
7. У.Х.Копвиллем, В.Р.Нагибаров, Физика металлов и металовед. **15**, 313 (1963).
8. N.A.Kurnit, I.D.Abella and S.R.Hartmann, Phys. Rev. Lett. **6**, 567 (1964).
9. В.Ю.Маньков, А.Ю.Пархоменко, С.В.Сазонов, Квант. электрон. **24**, 934 (1997).
10. В.Ю.Маньков, А.Ю.Пархоменко, С.В.Сазонов, Изв. АН, сер. физ. **62**, 287 (1998).
11. Э.А.Маныкин, В.В.Самарцев, *Оптическая эхо-спектроскопия*, М.: Наука, 1984.
12. Э.М.Беленов, В.А.Исаков, А.В.Назаркин, Квант. электрон. **20**, 1045 (1993).
13. И.А.Лаппо-Данилевский, *Применение матричных функций в теории линейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений*, М.: Гостехиздат, 1957.
14. С.В.Сазонов, Изв. АН, сер. физ. **58**, 129 (1994).
15. R.Braunstain, Phys. Rev. **125**, 475 (1962).
16. Г.Б.Альтшулер, Опт. и спектр. **55**, 83 (1983).