

Самосогласованная турбулентная конвекция замагниченной плазмы

В. П. Пастухов¹⁾²⁾, Н. В. Чудин

Российский научный центр “Курчатовский институт”, 123182 Москва, Россия

Поступила в редакцию 15 июля 2005 г.

Показано, что низкочастотная вихревая конвекция, самосогласованно развивающаяся в замагниченной плазме, может приводить к недиффузионным транспортным процессам, аналогичным тем, что наблюдаются в различных системах магнитного удержания плазмы. Для теоретического исследования такой конвекции предложен подход, основанный на прямом компьютерном моделировании квазидвумерной нелинейной динамики слабодиссипативной плазмы с использованием адиабатически-редуцированных уравнений гидродинамического типа. Полученные уравнения обеспечивают описание как относительно быстрых нелинейных конвективных течений, так и более медленных результирующих транспортных процессов и позволяют моделировать эволюцию плазмы на достаточно больших временах, сравнимых с ее временем жизни. Моделирование показало, что развитие конвекции приводит к формированию нелинейных крупномасштабных стохастических вихревых структур, которые демонстрируют широкие степенные спектры по частотам и волновым числам, негауссову статистику флуктуаций и соответствуют представлениям о структурной турбулентности. Результирующие транспортные процессы являются нелокальными, недиффузионными и обладают рядом характерных свойств, аналогичных тем, что наблюдаются в реальных экспериментах. К числу таких свойств относятся самосогласованность профилей давления и плотности плазмы, L - H -переходы, пинч примесей и другие.

PACS: 52.30.-q; 52.35.Ra

1. Введение. Проблема аномального переноса частиц и энергии занимает одно из центральных мест как в лабораторных исследованиях по магнитному удержанию высокотемпературной плазмы, так и при изучении замагниченной плазмы природных объектов, в частности, земной магнитосферы. Большая часть теоретических работ ассоциирует аномальные транспортные процессы с флуктуациями температуры и плотности плазмы, вызываемыми различными типами дрейфовых неустойчивостей (см., например, обзоры [1, 2]). Ввиду малых поперечных масштабов таких флуктуаций аномальный транспорт традиционно обсуждается в терминах диффузионного приближения с локальными транспортными коэффициентами. Однако многочисленные эксперименты последних лет указывают на то, что во многих случаях аномальные транспортные процессы могут иметь иную физическую природу, принципиально не сводимую к диффузионному приближению. В частности, недиффузионные транспортные процессы могут быть связаны с развитием нестационарной крупномасштабной вихревой конвекции плазмы.

Говоря о недиффузионном транспорте, необходимо отметить, что низкочастотные флуктуации плазмы и результирующие транспортные потоки, наблюдаемые во многих магнитных системах, сильно различающихся как по топологии магнитного поля, так и по параметрам плазмы, демонстрируют довольно общие закономерности. Так, низкочастотные флуктуации электрического поля и плотности плазмы в токамаках [3, 4], стеллараторах [5, 6], тандемных ловушках [7, 8], прямых системах с однородным магнитным полем [9–11] и др. имеют спектры, характерные для сильной турбулентности, в которой доминируют стохастически возникающие нелинейные структуры (например, вихри). В связи с этим такую турбулентность часто называют структурной турбулентностью [5, 6, 9]. При этом довольно большие радиальные и полоидальные корреляционные длины флуктуаций [4, 6] указывают на крупномасштабность таких нелинейных структур и, соответственно, на нелокальность и недиффузионность связанных с ними процессов переноса.

Статистические свойства флуктуаций, наблюдаемых в различных магнитных системах, несмотря на различие отдельных специфических деталей, также весьма сходны [5, 6, 9]. Так, например, функции распределения вероятности (PDF) приращений флукту-

¹⁾ Член редколлегии “Писем в ЖЭТФ” с 1988 г. по настоящее время.

²⁾ e-mail: past@nfi.kiae.ru

аций, полученные при обработке результатов экспериментов на различных установках, оказываются негауссовыми с “тяжелыми хвостами”, что свидетельствует о повышенном статистическом вкладе больших флуктуаций и также указывает на недиффузионный характер процесса.

Наконец, появление более совершенных диагностик позволило явно обнаружить в ряде экспериментов присутствие относительно долгоживущих макроскопических структур. Примером таких структур являются так называемые “блобы” (blobs), обнаруженные в периферийной области плазмы (в SOL) на токамаке DIII-D [12], а затем и во многих других системах. Перемещаясь поперек магнитного поля на расстояния, значительно превышающие их собственные размеры, “блобы” могут переносить основную часть интегрального потока частиц и энергии в SOL. Диагностика, основанная на рентгеновской томографии плазменного шнура, позволила выявить в тандемной ловушке GAMMA 10 генерацию вихревых структур, сравнимых по размерам с малым радиусом плазмы [8]. Таким образом, недиффузионные транспортные процессы, связанные с развитием того или иного типа структурной турбулентности, являются довольно типичным явлением в физике магнитного удержания плазмы и требуют серьезного экспериментального и теоретического изучения.

Трудности экспериментального исследования структурной турбулентности достаточно очевидны. Несомненно, что они будут постепенно преодолены по мере развития и совершенствования диагностических методов. Вместе с тем, в исследованиях такого сложного и многогранного явления как недиффузионный транспорт плазмы исключительно важную роль играет создание теории, которая позволила бы адекватно описать и смоделировать наиболее существенные свойства как самой структурной турбулентности, так и вызываемых ею результирующих транспортных процессов.

Анализируя результаты многочисленных экспериментов (см., например, [5–12]), можно заключить, что присутствие и даже доминирование относительно крупномасштабных структур в низкочастотной турбулентности различных магнитных систем, по видимому, связано с тем, что такие структуры должны быть сильно вытянуты вдоль магнитного поля. В результате, турбулентность оказывается двумерной (2D) или квазидвумерной, а для такой турбулентности характерно наличие как прямого, так и обратного каскадов [13], при которых перераспределение энергии по спектру идет в направлении как мелких, так и крупных поперечных масштабов. В условиях сла-

бой диссипации сильная 2D турбулентность должна приводить к установлению достаточно универсальных спектров, которые степенным образом убывают в направлении малых масштабов и слабо зависят от пространственного масштаба подпитывающей их неустойчивости.

Для теоретического исследования 2D турбулентности в замагниченной плазме, ввиду относительной крупномасштабности и низкочастотности ожидаемых доминирующих структур, весьма плодотворным представляется подход, который основан на прямом моделировании нелинейной динамики плазмы, описываемой моментными уравнениями гидродинамического типа (уравнениями непрерывности, движения, переноса энергии и т.д.). Такие уравнения представляют собой конечный набор интегральных следствий исходных кинетических уравнений, дополненных некоторыми условиями замыкания. Ожидается, что при таком подходе, несмотря на некоторое снижение детальности описания по сравнению с кинетикой, удастся достаточно полно и самосогласованно описать эволюцию основных макроскопических параметров плазмы (плотности, скорости, температуры различных компонент плазмы). В то же время использование такого подхода существенно облегчает качественное понимание и численное моделирование исследуемых динамических процессов.

Существенно, что в случае моделирования низкочастотной турбулентности (в частности, с частотами масштаба дрейфовых) данный подход допускает дальнейшее упрощение динамической задачи. Дело в том, что даже упомянутые выше моментные уравнения описывают слишком широкое многообразие коллективных степеней свободы. Среди них, как правило, присутствуют быстрые (то есть высокочастотные) устойчивые коллективные степени свободы, такие, например, как магнитозвуковые волны. Ввиду сильного различия в величине характерных частот, такие быстрые степени свободы не возбуждаются исследуемой низкочастотной турбулентностью и могут быть исключены из рассмотрения путем определенного редуцирования исходной системы моментных уравнений.

Первоначально редуцированные магнитогидродинамические (МГД) уравнения для описания динамики плазмы в токамаке были предложены в работе Кадомцева и Погуце [14], а затем эта идея получила развитие в работах [15–17] и во многих последующих работах, ассоциируемых, преимущественно, с именем Х.Страусса. Все эти работы, так или иначе, используют малый параметр B_p / B_T (отношение полоидального и тороидального магнитных полей) для ис-

ключения магнитозвуковых волн из уравнений нелинейной низкочастотной динамики плазмы в токамаках и стеллараторах. Позднее, в работах [18, 19] был развит вариационный метод адиабатического разделения быстрых и медленных движений в непрерывных лагранжевых системах. Метод позволяет исключать быстрые устойчивые коллективные степени свободы динамической системы, используя самые разнообразные малые параметры и не разрушая при этом кинематические и динамические законы сохранения, присущие исходной нередуцированной системе уравнений. Последнее обстоятельство исключительно важно для моделирования долговременной динамической эволюции слабодиссипативной плазмы на временах, сравнимых с ее временем жизни.

Таким образом, прямое динамическое моделирование низкочастотной турбулентности и результирующих недиффузионных транспортных процессов в различных системах магнитного удержания плазмы, проводимое с использованием адиабатически редуцированных уравнений, представляется достаточно перспективным направлением в теоретических исследованиях по физике плазмы. Эффективность и результативность такого подхода демонстрируется в данной работе на относительно простом, но достаточно нетривиальном примере. В разд. 2 обсуждается система редуцированных уравнений, используемых в рассматриваемой динамической модели. В разд.3 представлены результаты компьютерного моделирования низкочастотной турбулентной конвекции и результирующих транспортных процессов в замагниченной плазме. Разд.4 кратко суммирует основные результаты.

2. Адиабатически редуцированная МГД модель нелинейной самосогласованной динамики слабодиссипативной непараксиальной плазмы. Для демонстрации эффективности и результативности развиваемого подхода рассмотрим относительно простой, но достаточно нетривиальный и содержательный пример аксиально-симметричной магнитной системы с “левитирующим диполем”, то есть с токнесущим кольцом, помещенным внутрь плазмы. Эта система, схематически изображенная на рис.1, имеет ту же топологию магнитных поверхностей, что и сферический токамак. В частности, равновесие плазмы в ней, как и в токамаке, описывается уравнением Грэда–Шафранова. Однако ввиду отсутствия тороидального магнитного поля и, соответственно, магнитного шира, физически содержательные и достаточно нетривиальные результаты, относящиеся к нелинейной динамике плазмы в такой системе, могут быть получены уже в рамках простей-

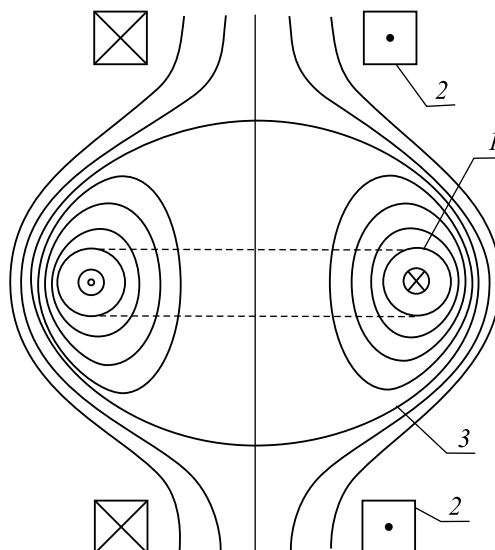


Рис.1. Конфигурация силовых линий в ловушке с левитирующим внутренним кольцом. 1 – внутреннее кольцо; 2 – катушки внешнего поля; 3 – сепаратриса

шей одножидкостной МГД модели с изотропным давлением плазмы.

Рассматриваемая магнитная система относится к довольно широкому классу сильно непараксиальных магнитных систем, удержание плазмы в которых основано на альтернативном подходе к проблеме МГД устойчивости [20]. Магнитное поле в таких системах убывает в направлении внешней сепаратрисной магнитной поверхности, в результате чего МГД устойчивы только те профили давления, которые спадают к периферии достаточно медленно и плавно. В таких системах имеется явно выраженная тенденция к самоорганизации в форме поддержания гранично-устойчивого (ГУ) профиля давления по отношению к желобковой МГД моде. В рамках простейшей изотропной МГД модели ГУ профиль давления удовлетворяет условию: $S \equiv pU^\gamma = \text{const}$, где $p(\psi)$ – давление плазмы, $U(\psi) = \oint dl/B$ – удельный объем силовой трубки (то есть объем силовой трубки с единичным магнитным потоком), ψ – функция полоидального магнитного потока, выполняющая роль обобщенной радиальной координаты, γ – показатель адиабаты, а S представляет собой однозначную функцию энтропии плазмы, заключенной в силовой трубке объема U . В соответствии с линейной теорией устойчивости ожидается, что в такой системе должен установиться профиль давления $p(\psi)$, изображенный на рис.2. При этом плазма устойчива относительно всех МГД мод во внутренней области $\psi_c < \psi < \psi_m$, где $S'(\psi) > 0$, и гранично-устойчива по желобковым модам ($S = \text{const}$) во внешней области

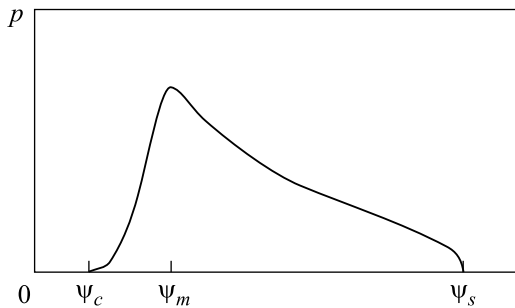


Рис.2. Профиль давления в магнитной ловушке с левитирующим внутренним кольцом. ψ_c – поверхность внутреннего кольца, ψ_m – поверхность максимального давления, ψ_s – внешняя сепаратрисная поверхность

$\psi_m < \psi < \psi_s$. Профиль $S = \text{const}$ во внешней области оказывается устойчивым также и по отношению ко всем несжимаемым альфвеновским возмущениям, если величина $\beta \equiv 8\pi p/B^2$ не превышает некоторого критического значения $\beta_{cr} \sim 1$.

В работах [20, 21] для моделирования низкочастотной нелинейной конвекции плазмы использовалась дополнительно упрощенная модель магнитной конфигурации в виде цилиндрического квазиравновесного столба плазмы с жестким токонесящим стержнем радиуса r_c на его оси. Ожидалось, что самосогласованная эволюция плазмы должна развиваться по следующему сценарию. Нагрев плазмы и исходная локальная столкновительная теплопроводность искажают начальный профиль давления, делая его слабонеустойчивым по желобковым модам ($S'(\psi) < 0$). Неустойчивость возбуждает и поддерживает нелинейную МГД конвекцию, которая, в свою очередь, стремится восстановить ГУ профиль давления, приводя к существенно нелокальному повышенному переносу частиц и энергии. Для правильного описания и моделирования долговременной эволюции плазмы и преодоления трудностей, связанных со значительным различием идеальных и диссипативных временных масштабов, в работе [20] был использован метод адиабатического разделения быстрых и медленных движений [18, 19] (ASM-метод). С помощью ASM-метода в предположении $\beta < \beta_{cr}$ из рассмотрения были исключены быстрые устойчивые магнитозвуковые, несжимаемые альфвеновские и продольные акустические моды колебаний плазмы и получены редуцированные уравнения, которые описывают более медленную (адиабатическую) желобковую 2D конвекцию плазмы и результирующие транспортные процессы с учетом малой диссипации, обусловленной столкновительной теплопроводностью, вязкостью и диффузией.

В работе [22] получены обобщенные редуцированные МГД уравнения, которые позволяют моделировать низкочастотную желобковую динамику слабодиссипативной плазмы в произвольных аксиально-симметричных бесшировых магнитных системах с замкнутыми или открытыми силовыми линиями. Причем возможность исключения быстрых устойчивых мод и квазидвумерный характер желобковых движений плазмы сохраняются и в более сложной геометрии магнитного поля. Тем не менее, в данной работе ограничимся обсуждением результатов, относящихся к упрощенной цилиндрической модели магнитного поля, поскольку именно для нее получены основные результаты численного моделирования. За соответствующими обобщениями отсылаем к работе [22].

Как показано в работах [20–22], быстрые устойчивые МГД моды можно исключить из рассмотрения в предположении, что рассматриваемые динамические состояния плазмы слабо отклоняются от ГУ состояния по желобковым модам. Для слабонеидеальной МГД модели малый параметр ϵ , позволяющий использовать адиабатическое разделение движений, имеет вид

$$\epsilon \sim (\chi/a c_s)^{1/3} \ll 1, \quad (1)$$

где χ – исходная локальная столкновительная теплопроводность, a – размер масштаба малого радиуса плазмы, c_s – скорость звука. После исключения быстрых степеней свободы редуцированная динамика системы в цилиндрической геометрии поля полностью описывается адиабатическим полем скоростей:

$$\mathbf{v}_a = [\mathbf{B} \times \nabla \Phi] / B^2 \sim \epsilon c_s. \quad (2)$$

где произвольная функция $\Phi(t, r, z)$ имеет смысл 2D электрического потенциала. Ожидаемый масштаб величины скорости $v_a \sim \epsilon c_s$ оценивается по ожидаемой величине доступной потенциальной энергии и согласуется с условием нелинейного насыщения конвекции. Согласно [22], в общей геометрии поле скоростей становится трехмерным, но по-прежнему определяется только 2D потенциалом $\Phi(t, \psi, \varphi)$ в потоковых координатах ψ и φ . Поскольку в цилиндрической геометрии координата z моделирует тороидальный угол φ реальных систем, то и в этой геометрии можно ввести эффективный угол $\varphi = z/R$ и полагать все функции периодическими по этому углу.

Редуцированные уравнения записываются в терминах более адекватных переменных: удельного объема силовой трубки $U = 2\pi r/B$, энтропийной функции $S = pU^\gamma$ и перенормированной плотности (или

числа частиц в силовой трубке объема U) $\lambda = \rho U$, введенных вместо магнитного поля B , давления p и плотности ρ , соответственно. Эти переменные позволяют явно учесть инвариантные свойства исходных МГД уравнений. По аналогии со случаем более общей геометрии поля введем вместо r потоковую координату ψ , отнормировав ее так, чтобы $\mathbf{V} = [\nabla\psi \times \nabla\varphi]$. В предположении близости к ГУ состоянию, энтропийная функция представляется в виде $S(t, \psi, \varphi) = S_0(t, \psi) + \tilde{S}(t, \psi, \varphi)$, где $\tilde{S} \sim \epsilon^2 S_0$ описывает флуктуации энтропийной функции, а относительно усредненной по φ квазиравновесной компоненты $S_0(t, \psi)$ предполагается, что ее производная по ψ не может принимать больших отрицательных значений, то есть $\partial_\psi S_0(t, \psi) > -\epsilon^2 S_0/\psi_s$. Функция $\lambda(t, \psi, \varphi)$ допускает аналогичное представление. Редуцированные уравнения включают подсистему “медленных” уравнений ($\partial_t \sim \epsilon^3 c_s/a$), которые описывают 1D (радиальный) перенос плазмы в присутствии конвективных движений и флуктуаций энтропии и плотности, и подсистему “быстрых” ($\partial_t \sim \epsilon c_s/a$) уравнений, которые описывают 2D динамику плазмы и флуктуации энтропии \tilde{S} и плотности $\tilde{\lambda}$.

Адиабатическое поле скоростей (2) не возмущает магнитное поле, в связи с чем отсутствуют быстрые флуктуации \mathbf{V} и, соответственно, U . В упрощенной цилиндрической модели первое “медленное” уравнение, определяющее $U(t, \psi)$ по известной функции $S_0(t, \psi)$, соответствует балансу главных радиальных сил (квазиравновесию):

$$U^{-1} \partial_\psi \left(\frac{\gamma S}{\gamma - 1} U^{-(\gamma-1)} + \frac{r^2}{U} \right) - \frac{U^{-\gamma}}{\gamma - 1} \partial_\psi S = 0. \quad (3)$$

Согласно [22], в случае общего аксиально-симметричного бесширового магнитного поля условию квазиравновесия соответствует уравнение Грэда-Шафранова:

$$\Delta^* \psi + 4\pi r^2 \partial_\psi (S_0(t, \psi)/U^\gamma) = 0, \quad (4)$$

$$\Delta^* \psi \equiv r^2 \left(\nabla \cdot \frac{\nabla \psi}{r^2} \right),$$

которое позволяет определить функцию $\psi(t, r, z)$, а уже затем по этой функции нужно восстановить \mathbf{V} и $U(t, \psi)$. В свою очередь, функция $S_0(t, \psi)$ определяется усредненным по φ уравнением переноса тепла, которое после перехода к новым переменным принимает вид:

$$\begin{aligned} & \partial_t|_\psi \tilde{S}_0 - \partial_\psi (\overline{\tilde{S} \partial_\varphi \Phi}) = \\ & = 2(\pi R)^2 (\gamma - 1) U^{\gamma-1} \partial_\psi \left(\frac{r^2 \lambda_0 \chi}{U^2} \partial_\psi \left(\frac{S_0}{\lambda_0 U^{\gamma-1}} \right) \right) + \\ & + (\gamma - 1) U^\gamma Q_E, \end{aligned} \quad (5)$$

где производная по времени берется при фиксированном ψ , черта означает усреднение по φ , а функция $Q_E(t, \psi)$ описывает источник энергии. Все члены в (5) имеют порядок ϵ^3 . Второй член в левой части (5) описывает недиффузионный перенос тепла, вызываемый 2D конвекцией. Уравнение для функции $\lambda_0(t, \psi)$ аналогично уравнению для $S_0(t, \psi)$.

Редуцированное динамическое уравнение принимает вид

$$\begin{aligned} & \partial_t|_\psi \hat{w} + [\Phi, \hat{w}] - [\lambda, \frac{v_a^2}{2}] + \frac{1}{U^\gamma} \partial_\psi U \partial_\varphi \tilde{S} = \\ & = U \nabla \cdot \left(C_A^{-2} \nabla \left(\frac{\eta C_A^2}{U} \hat{w} \right) \right), \end{aligned} \quad (6)$$

$$[\Phi, f] \equiv \partial_\psi \Phi \partial_\varphi f - \partial_\varphi \Phi \partial_\psi f,$$

где величина \hat{w} связана с завихренностью конвективного течения, описываемого полем скоростей (2), и определяется выражением

$$\hat{w} = U \nabla \cdot (\nabla \Phi / C_A^2), \quad (7)$$

η – локальная кинематическая вязкость, а C_A – альфвеновская скорость. Как подчеркивалось в работах [20, 22], величина \hat{w} , которую можно назвать удельной динамической завихренностью силовой трубки, имеет смысл обобщенного импульса, канонически сопряженного обобщенной адиабатической координате желобкового конвективного движения. Отметим также, что поле скоростей (2) и уравнения (6) и (7) описывают как чисто вихревые движения плазмы, так и однородные по φ , но неоднородные по радиусу течения, которые часто называют шировыми или зональными течениями. Хорошо известно, что такие течения могут существовать даже в стационарных равновесных состояниях плазмы. В нашем рассмотрении шировые течения являются неотъемлемой частью общего нелинейного динамического процесса и могут самосогласованно меняться под воздействием вихревой конвекции.

Уравнение для флуктуаций энтропии получается из полного уравнения переноса тепловой энергии плазмы путем вычитания из него уравнения (5):

$$\begin{aligned} & \partial_t|_\psi \tilde{S} + [\Phi, \tilde{S}] + \partial_\psi (\overline{\tilde{S} \partial_\varphi \Phi}) - \partial_\varphi \Phi \partial_\psi S_0 = \\ & = \frac{\gamma - 1}{2\gamma} U^\gamma \nabla \cdot \left(\frac{\lambda_0 \chi c_s}{U} \nabla \left(c_s \frac{\tilde{S}}{S_0} \right) \right). \end{aligned} \quad (8)$$

Левые части уравнений (6) и (8) описывают идеальную динамику плазмы, включающую генерацию линейной неустойчивости и нелинейное зацепление и насыщение мод. В соответствии с ожидаемым порядком величин все члены в левых частях имеют один и тот же порядок величины. Диссипативные члены в правых частях уравнений (6) и (8) малы как $\epsilon^2 a^2 |\nabla|^2$ по сравнению с членами в левых частях и описывают диссипацию мелкомасштабных флуктуаций. Уравнение для флуктуаций λ аналогично уравнению для \tilde{S} . Обобщение приведенных выше уравнений на случай произвольного аксиально-симметричного бесширового магнитного поля дано в работе [22].

2. Результаты компьютерного моделирования. Перспективность использования адиабатически-редуцированных уравнений для моделирования низкочастотной нелинейной динамики замагниченной плазмы непосредственно подтверждается результатами численных расчетов. Самосогласованная конвекция плазмы и конвективное усиление транспортных процессов моделировались с использованием этих уравнений как эволюционная задача с заданными начальными и граничными условиями. Численный код позволял реализовать различные режимы конвекции и процессов переноса плазмы путем изменения условий нагрева, отбора мощности на сепаратрисе, поступления примесей, поддержания радиально-неоднородных (шировых) течений плазмы и других управляющих параметров. Безразмерное время вводилось с учетом характерного размера (малого радиуса плазмы) и ожидаемого масштаба скорости нелинейной конвекции (2), и задавалось соотношением $\epsilon c_s t / a \rightarrow t$, где малый параметр ϵ задается выражением (1).

В рассматриваемой модельной магнитной конфигурации нет сильного тороидального магнитного поля, в связи с чем полученные результаты можно лишь с достаточной степенью осторожности использовать для количественного сравнения с токамаками. Тем не менее, характерные времена ряда моделируемых процессов оказываются довольно близки к временам процессов, наблюдаемых в реальных экспериментах, в частности, и на установках токамак. Для удобства сопоставления расчетных времен с экспериментальными заметим, что для установки масштаба T-10 (то есть для установки с теми же характерными размерами и величинами полоидального магнитного поля, плотности и температуры) единица безразмерного времени составляет примерно 60 мкс.

Полное безразмерное время расчетов t_{tot} , как правило, превышало энергетическое время жизни плаз-

мы, и варьировалось от 50 до 500 для различных вариантов счета. В отсутствие исходных мощных широких течений начальные линейная и квазилинейная стадии МГД неустойчивости заканчиваются примерно при $t = 5$. Далее конвективные течения и флуктуации энтропии переходят в стадию сильнонелинейной перестройки. Эта стадия весьма нерегулярна и ведет к формированию широких спектров по частоте и волновым числам. По достижению времени $t \approx 20$ плазма переходит в квазистационарную стадию, в которой профиль S_0 , а также ширины спектров остаются почти неизменными. В то же время конвективные течения приобретают некоторую характерную крупномасштабную вихревую структуру, состоящую из спонтанно возникающих и исчезающих вихревых пар, каждая из которых живет на протяжении нескольких безразмерных времен и имеет довольно высокий уровень стохастичности локальных скоростей. Такое поведение, по-видимому, свидетельствует о переходе динамической системы в режим странного аттрактора [23]. Действительно, в данном случае имеются все необходимые условия для реализации такого режима, а именно, мы имеем незамкнутую сильнонелинейную динамическую систему с числом степеней свободы более двух, со слабой диссипацией и потоком энергии из области нагрева на периферию. В то же время, более детальный анализ (в том числе и статистический) показывает, что свойства флуктуаций скорости, температуры и плотности плазмы в таком режиме аналогичны тем, что наблюдаются во многих экспериментах и характеризуются как структурная турбулентность [5, 6, 9]. Далее мы остановимся на этих свойствах подробнее.

На рис.3, характеризующем квазистационарную стадию при $t = 41.0$, приведены типичные двумерные структуры конвективных течений и флуктуаций энтропии в плоскости (x, φ) , где $x = r/r_m$ – безразмерный малый радиус, а r_m соответствует точке, вблизи которой локализован источник нагрева Q_E в уравнении (5). Границы области $x = 0.5$ и $x = 2.0$ соответствуют поверхности токонесущего стержня и сепаратрисе. На рис.3а показаны линии $\Phi(t, x, \varphi) = \text{const}$ или, эквивалентно, линии течений. Светлые и темные области, соответственно, отвечают положительным и отрицательным значениям потенциала. В общей структуре течений доминируют одна или две долгоживущие пары связанных крупномасштабных вихрей со строго определенной поляризованностью. Вихри почти полностью локализованы в области $1 < x < 2$, где $S'_0 \approx 0$, и эволюционируют весьма сложно и нерегулярно, меняя свою интенсивность и форму, а также дрейфуя вдоль φ . Отличительной

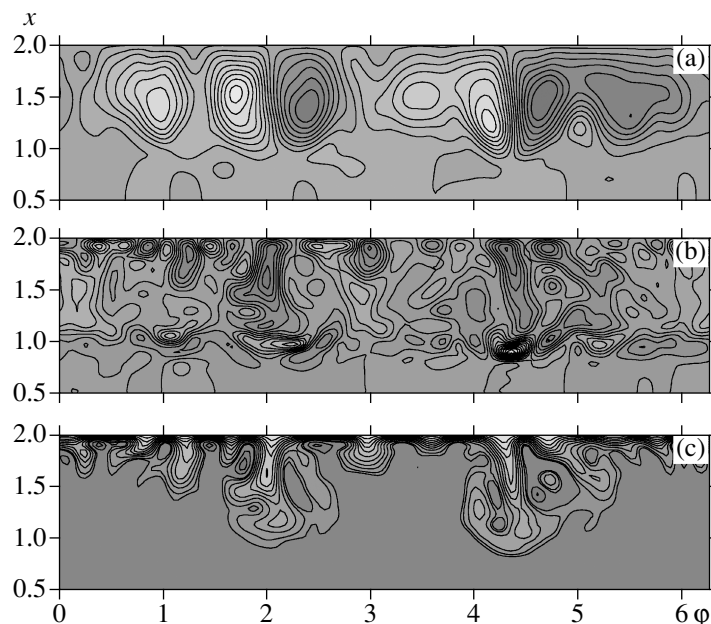


Рис.3. Типичные 2D структуры вихревой конвекции: (a) $\Phi(t, x, \varphi)$; (b) $\tilde{S}(t, x, \varphi)$; (c) $\lambda_*(t, x, \varphi)$

чертой этих вихревых пар является наличие довольно быстрых плазменных струй, локализованных по φ ($\varphi \approx 2.1$ и $\varphi \approx 4.4$ на рис.3а) и направленных от сепаратрисы к центру плазмы. По своим свойствам эти струи весьма сходны с объектами, которые во многих экспериментах называют стримерами. На рис. 3б приведены линии уровня флуктуаций энтропии $\tilde{S}(t, x, \varphi) = \text{const}$. Рис.3с иллюстрирует раннюю стадию быстрого проникновения “пассивной примеси” с периферии плазмы в центральную область. Источник примеси был “включен” вблизи сепаратрисы ($x = x_s = 2$) в момент $t = 40.0$. Видно, что струи приводят к быстрой (за время $\Delta t \sim 1$) инжекции примеси в центральную область плазмы. Аналогичный эффект быстрого проникновения примеси в центральную область токамака наблюдался на многих установках. В частности, на установке ASDEX [24] наблюдалось аномально быстрое проникновение примеси трития.

На рис.4 показаны радиальные профили квазистационарных параметров на стадии развитой турбулентности ($t = 100$). Профиль $S_0(x, t)$ (сплошная кривая на рис.4а) имеет плато в области интенсивной конвекции $1 < x < 2$, что подтверждает ожидавшуюся близость к ГУ состоянию. Поддержание такого плато (отклонение от $S_0 = \text{const}$ меньше, чем 3%) наблюдалось на всех временных интервалах, включая переходные режимы. Последнее означает определенную самосогласованность профилей давления и тем-

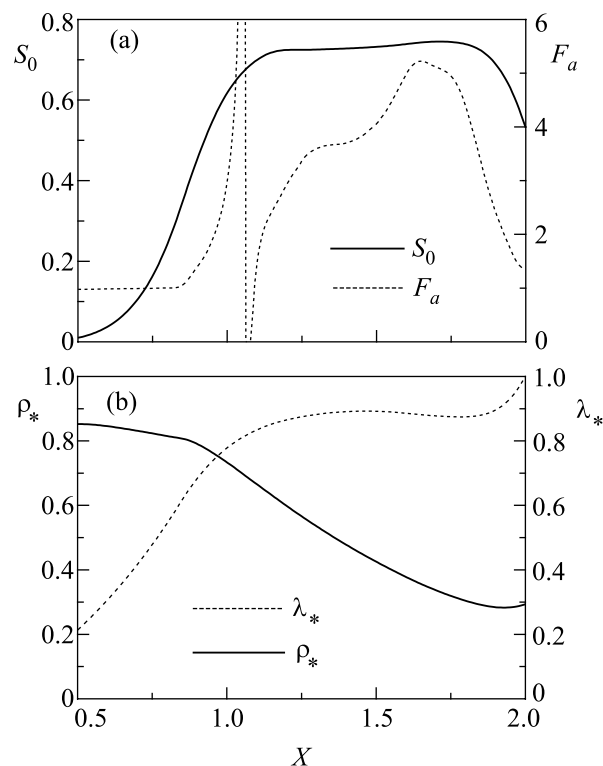


Рис.4. Радиальные профили: (а) энтропии и фактора аномальности; (б) усредненной плотности примеси

пературы в конвективной области. Похожая самосогласованность профилей наблюдалась во многих экспериментах (см., например, [4]). При фиксированном источнике энергии стационарный уровень S_0 в облас-

ти плато и соответствующее время жизни плазмы зависят только от коэффициента ν в граничном условии для потока тепла, который характеризует интенсивность потерь энергии на периферии [20, 21]. Следуя традиционной интерпретации экспериментальных данных по аномальному переносу, можно формально ввести эффективную (аномальную) локальную температуропроводность $\chi_{\text{эф}} = -q/\rho T'$, где $q(x, t)$ и $T(x, t)$ – рассчитанные значения плотности теплового потока и температуры, а также “фактор аномальности”, который определяется как отношение эффективной температуропроводности к классической: $F_a = \chi_{\text{эф}}/\chi_{cl}$. Фактор аномальности показан на рис.4а пунктирной кривой. $F_a \approx 1$ в области $0.5 < x < 0.9$, что указывает на то, что перенос тепла в этой области – классический. Острые выбросы вблизи магнитной поверхности $x = 1.1$ соответствуют тому, что $q(x, t)$ и $T'(x, t)$ обращаются в нуль на разных магнитных поверхностях в силу недиффузионности процесса переноса тепла. В области интенсивной конвекции при $x > 1.2$ фактор F_a сначала нарастает до своего максимального значения (которое зависит от ν), а затем спадает до единицы вблизи границы плазмы. Аналогичный эффект резкого уменьшения F_a вблизи края плазмы, получивший название “внешний транспортный барьер”, первоначально наблюдался на установке ASDEX [25], а затем и во многих других экспериментах на установках токамак.

Рис.4б иллюстрирует радиальное распределение плотности “пассивной примеси”. Пунктирная кривая представляет усредненное по φ число частиц примеси в силовой трубке $\lambda_*(x, t)$, которое (аналогично $S_0(x, t)$) имеет плато в области интенсивной конвекции. Существенно, что соответствующий профиль плотности примеси $\rho_*(x, t)$ растет в направлении центра плазмы в условиях, когда поток примеси также направлен в сторону центра, а не в противоположном направлении, как можно ожидать из модели диффузионного переноса. В экспериментах такой эффект обычно называют “пинчем примеси”. Поскольку аналогичным образом можно организовать и поток ионов основной компоненты плазмы, то указанный механизм можно рассматривать как перспективный метод поддержания необходимой плотности плазмы в центральной области.

На рис.5 представлена временная эволюция фактора аномальности F_a на трех радиусах в варианте расчета, в котором коэффициент поглощения энергии на краю плазмы ν мгновенно уменьшался в 2 раза в момент времени $t = 20$. Рисунок показывает, что фактор аномальности F_a также заметно уменьшался во всей области конвекции за время масшта-

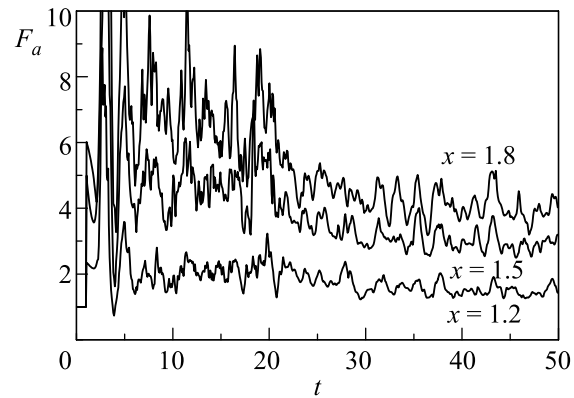


Рис.5. Эволюция фактора аномальности на трех радиусах

ба 3–4-х безразмерных времен, в то время как относительные градиенты температуры в основном объеме плазмы оставались неизменными. Такое поведение эффективных транспортных коэффициентов аналогично L - H -переходам в токамаках. Причем полученная оценка времени изменения фактора аномальности F_a для установки масштаба T-10 составляет примерно 200 мкс, что довольно хорошо согласуется с характерным временем L - H -переходов, наблюдаемых в эксперименте [4].

Присутствие в плазме шировых или зональных течений способно заметно повлиять на развитие крупномасштабной вихревой конвекции. Результаты моделирования показывают, что шировые течения с достаточно большой завихренностью могут временно подавлять развитие желобковой моды и нелинейное уширение пространственного спектра возмущений на начальном этапе эволюции, приводя к значительной задержке перехода плазмы в квазистационарное турбулентное состояние. Однако дальнейшая нелинейная эволюция конвективных течений сходна с эволюцией в отсутствие исходных зональных течений и ведет к формированию интенсивных крупномасштабных стохастических вихревых структур (стохастических конвективных ячеек) с соответствующим увеличением результирующих потоков частиц и тепла.

На рис.6 представлена эволюция потоков тепла на внешнюю сепаратрису в трех различных режимах. Кривая 1 соответствует обсуждавшемуся выше режиму с относительно слабыми шировыми течениями, когда интегральная величина безразмерной динамической завихренности течений W_0 (которая, в соответствии с уравнением (6), является интегралом движения системы) была равна нулю. Кривая 2, соответствующая режиму с большой завихренностью шировых течений ($W_0 = 10$), демонстрирует существенную задержку в развитии турбулентности и форми-

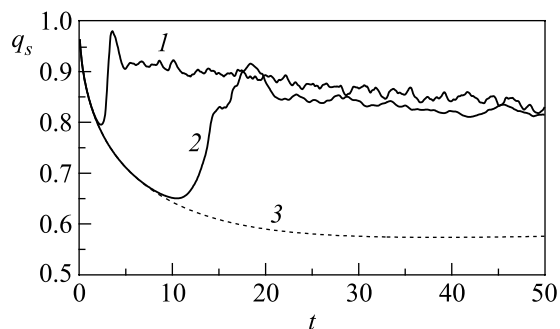


Рис. 6. Эволюция потоков тепла на внешнюю сепаратрису: 1 – режим слабых шировых течений, 2 – сильных шировых течений, 3 – режим без флуктуаций

ровании результирующего аномального потока тепла. В этом режиме переход к развитой турбулентности происходит после перестройки и сглаживания начального профиля динамической завихренности шировых течений. Время задержки зависит как от интегральной величины динамической завихренности, так и от ее начального профиля. Кривая 3 приведена для сравнения и соответствует гипотетическому режиму, в котором отсутствуют какие-либо флуктуации (то есть режиму с чисто столкновительным диффузионным потоком тепла).

Усредненные по времени пространственные спектры флуктуаций (более точно, спектры по тороидальным волновым числам n) на стадии развитой турбулентности представлены на рис.7. На рис.7а (в

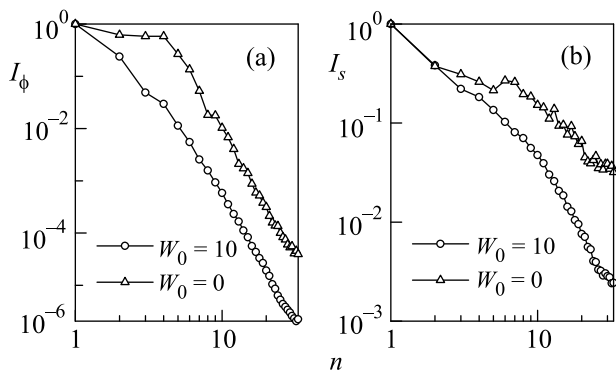


Рис. 7. Спектры по тороидальным волновым числам флуктуаций: (а) потенциала; (б) энтропии

относительных единиц) приведены спектры флуктуаций электрического потенциала для режимов с сильными ($W_0 = 10$) и слабыми ($W_0 = 0$) шировыми течениями. Вид спектров не зависит от структуры начальных возмущений. Наиболее существенно спектры различаются при $n \leq 3$, что связано с некоторым различием пространственной фор-

мы доминирующих крупномасштабных вихревых структур в указанных режимах. При $n \geq 4$ в обоих режимах спектры демонстрируют характерный степенной спад с примерно одинаковым наклоном. Увеличение наклона спектров при $n > 10$ (как и ожидалось) связано с диссипативным подавлением мелкомасштабных флуктуаций. С уменьшением диссипации этот эффект проявляется при больших n . Соответствующие спектры флуктуаций энтропийной функции приведены на рис.7б.

На рис.8 приведен пример характерной временной реализации флуктуаций радиальной скорости

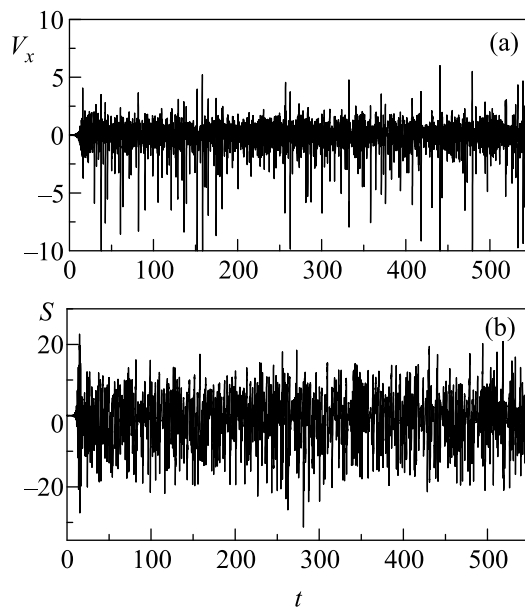


Рис. 8. Флуктуации радиальной скорости (а) и энтропийной функции (б) в конвективно-вихревой области

плазмы (рис.8а) и энтропийной функции (рис.8б) в фиксированной точке в центре конвективной области. Приведенные флуктуации, имеющие явно стохастический характер, соответствуют развитой турбулентности в режиме с высокой завихренностью ширового течения. Во флуктуациях как радиальной скорости, так и энтропийной функции наблюдаются мощные всплески (так называемые “берсты”), величина которых существенно превышает среднестатистический уровень флуктуаций. Анализ временной эволюции течений позволяет ассоциировать появление “берстов” радиальной скорости с дрейфом “стримера” через точку наблюдения.

Частотные спектры возникающей турбулентной конвекции, а также ее статистические свойства весьма сходны с теми, что наблюдаются во многих экспериментах (в том числе на токамаках и стеллараторах) и, как отмечалось во Введении, ассоцииру-

ются с развитием структурной турбулентности. На рис.9а для режима с высокой завихренностью широ-

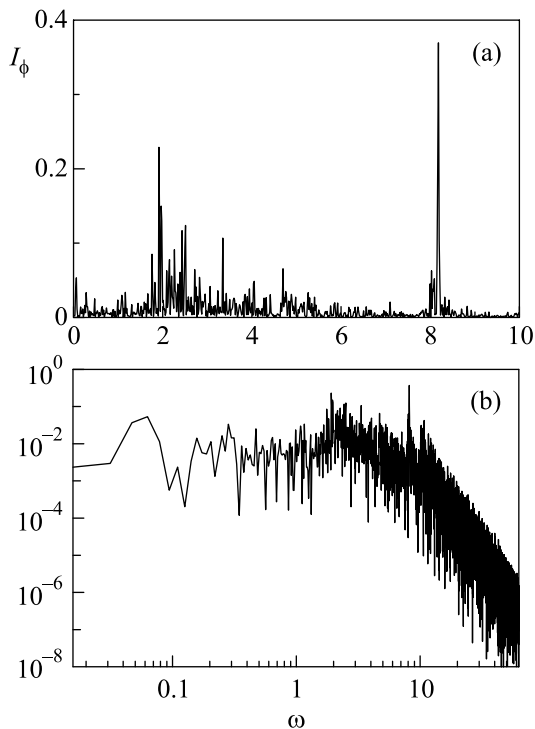


Рис.9. Частотный спектр флуктуаций потенциала в линейном (а) и дважды логарифмическом (b) масштабах

вого течения приведен частотный спектр флуктуаций потенциала, в котором наряду с широким стохастически изрезанным компонентом спектра (“broad band”) имеются отдельные узкие пики. Следует подчеркнуть, что, в отличие от традиционно принятой интерпретации экспериментальных результатов, эти пики нельзя ассоциировать с дрейфовыми неустойчивостями, поскольку в рассматриваемой динамической модели таких неустойчивостей просто нет. Более того, в силу сильной нелинейности вихревых конвективных течений, временные реализации флуктуаций почти не содержат информации о частотных характеристиках подпитывающих линейных неустойчивостей. В то же время, анализ временной эволюции течений позволяет получить другую, вполне естественную интерпретацию пиков в спектре флуктуаций потенциала. Так, на рис.9а основной пик с безразмерной частотой $\omega = 8.2$ соответствует дрейфу через точку наблюдения доминирующей крупномасштабной вихревой структуры, а следующий по величине пик с безразмерной частотой $\omega = 1.9$ соответствует упоминавшимся выше “берстам”. Данное обстоятельство порождает определенные сомнения в правильности традиционно принятой интерпре-

тации экспериментальных результатов, при которой узкие пики в спектре ассоциируются с дрейфовыми неустойчивостями. Из рис.9b, на котором этот же спектр представлен в дважды логарифмическом масштабе, видно, что основные изменения в доминирующих крупномасштабных вихревых структурах характеризуются интервалом частот $1 < \omega < 10$, а при более высоких частотах спектр спадает в среднем по степенному закону, что характерно для сильной турбулентности.

Функции распределения плотности вероятности приращений флуктуаций потенциала, энтропии и радиальной скорости, соответствующие данной модели и рассчитанные с разным временным лагом, аналогичны тем, что получаются в результате обработки экспериментальных данных. Как и в большинстве экспериментов (см. [5, 6, 9]), при малом временном лаге PDF сильно отличаются от распределения Гаусса и имеют “тяжелые хвосты”, а при достаточно большом лаге переходят в распределение Гаусса. В данных расчетах такой переход происходил при лаге в 2–3 безразмерных времени, что примерно соответствует времени собственного обращения доминирующей вихревой структуры. В пересчете на параметры токамака Т-10 это составляет примерно 120–180 мкс, что неплохо согласуется с результатами экспериментов.

4. Заключение. Представленные результаты свидетельствуют об эффективности и результативности подхода, основанного на самосогласованном динамическом моделировании низкочастотной турбулентности и результирующих транспортных процессов в замагниченной плазме. На примере относительно простой магнитной конфигурации показано, что существенно нелинейную низкочастотную динамику плазмы можно достаточно адекватно моделировать с помощью адиабатически-редуцированных уравнений гидродинамического типа. Уравнения, полученные с помощью метода адиабатического разделения быстрых и медленных движений, развитого в работах [18, 19, 20, 22], сохраняют инвариантные свойства исходных уравнений и поэтому могут быть использованы для моделирования эволюции плазмы на достаточно больших временных интервалах, превышающих время жизни плазмы.

Для рассмотренной магнитной конфигурации, как и для других магнитных систем с замкнутыми или открытыми силовыми линиями, весьма содержательные физические результаты могут быть получены уже в рамках простейшей одножидкостной МГД модели с изотропным давлением плазмы. В этом слу-

чае метод адиабатического разделения движений позволяет исключить из рассмотрения три класса относительно высокочастотных устойчивых колебаний: магнитозвуковые, альфвеновские и продольные акустические моды. Результирующие редуцированные уравнения описывают более медленную нелинейную 2D конвекцию, которая самосогласованно развивается вблизи порога идеальной желобковой МГД неустойчивости.

В представленном примере конвекция генерировалась и поддерживалась конкуренцией двух процессов: нагрев плазмы и локальные диссипативные процессы искажали начальный ГУ профиль давления плазмы, делая его слабонеустойчивым и приводя к росту желобковых возмущений, которые затем восстанавливали ГУ профиль давления и вызывали существенно нелокальный аномальный перенос частиц и энергии. Строго говоря, возможны и другие механизмы генерации и поддержания низкочастотной конвекции в замагниченной плазме. Однако и в этом случае можно ожидать, что нелинейность будет приводить к формированию крупномасштабных вихревых структур. При этом адиабатически-редуцированные уравнения позволяют самосогласованно описать как относительно быстрые нелинейные конвективные течения, так и более медленные транспортные процессы в слабодиссипативной плазме. В результате, описание и динамических и транспортных процессов оказывается полностью самосогласованным и не требует привлечения каких-либо дополнительных предположений.

Компьютерное моделирование показало, что на развитой стадии конвекция является существенно нелинейной и стохастической и имеет широкие спектры по частоте и волновым числам. В ее 2D структуре доминирует конечное число крупномасштабных долгоживущих вихрей (стохастических конвективных ячеек). Конвекция поддерживает некоторое квазистационарное турбулентно-релаксированное состояние плазмы, которое характеризуется наличием ГУ плато в радиальном профиле плотности энтропии, а также наличием плато в радиальных профилях перенормированных плотностей компонент плазмы. Тенденцию к поддержанию таких плато можно интерпретировать как самосогласованность профилей в области конвекции. Формирование аналогичного плато в распределении примеси может отвечать за эффект, называемый “пинчом примеси”.

Конвекция приводит к повышенному переносу тепла, величина которого определяется в большей степени потерями энергии на периферии плазмы, а

не относительными градиентами параметров плазмы в основной области удержания. Этот эффект напоминает *L-H*-переходы в токамаках. Причем, как и в эксперименте, поток тепла довольно быстро подстраивается под изменение потерь энергии на периферии плазмы.

Частотные спектры флуктуаций электрического потенциала, давления и плотности плазмы, полученные при численном моделировании, содержат как широкий стохастически изрезанный компонент спектра (“broad band”), так и отдельные узкие пики, которые, в отличие от традиционной интерпретации экспериментальных спектров, связаны не с дрейфовыми неустойчивостями, а с дрейфом доминирующих вихревых структур. Это обстоятельство может привести к пересмотру традиционной интерпретации экспериментальных спектров.

Статистические свойства рассчитанных флуктуаций также весьма сходны с наблюдаемыми в различных магнитных системах. Так PDF приращений флуктуаций, полученные при обработке результатов расчетов, оказываются негауссовыми с “тяжелыми хвостами”. В целом можно ожидать, что динамическое моделирование низкочастотной турбулентности и результирующих транспортных процессов позволит лучше понять транспортные процессы в различных магнитных системах, а также даст заметный вклад в развитие общей теории недиффузионных транспортных процессов в замагниченной плазме.

Работа частично поддержана Госконтрактом по теме РИ-112/001/144, а также Управлением атомной науки и техники Росатома РФ.

1. Б. Б. Кадомцев, О. П. Погуце, *Вопросы теории плазмы*, под ред. М. А. Леонтовича, вып. 5, М.: Атомиздат, 1967, с. 209.
2. В. Хортон, *Основы физики плазмы*, под ред. А. А. Галеева и Р. Судана, т. 2, М.: Энергоатомиздат, 1984, с. 362.
3. J. W. Connor, P. Buratti, J. D. Cordey et al., *Plasma Phys. Control. Fusion* **41**, 693 (1999).
4. M. V. Ossipenko and T-10 Team, *Proc. 19th IAEA Fusion Energy Conf.*, Lyon 2002, Vienna: IAEA, 2003, Rep. OV/5-2.
5. Г. М. Батанов, Л. В. Колик, А. Е. Петров и др., *Физика плазмы* **29**, 395 (2003).
6. Г. М. Батанов, В. Е. Бенинг, В. Ю. Королев и др., *Письма в ЖЭТФ* **78**, 974 (2003).
7. T. Cho, M. Yoshida, H. Higaki et al., *J. Plasma Fusion Res.* **80**, 81 (2004).
8. T. Cho, M. Yoshida, H. Higaki et al., *Phys. Rev. Lett.* **94**, 085002 (2005).

9. В. В. Абраков, А. Е. Петров, К. А. Сарксян, Н. Н. Скворцова, *Физика плазмы* **20**, 1069 (1994).
10. G. Y. Antar, S. I. Krasheninnikov, P. Devynck et al., *Phys. Rev. Lett.* **87**, 065001 (2001).
11. N. Ohno, D. Nishijima, S. Takamura et al., *Nucl. Fusion* **41**, 1055 (2001).
12. J. A. Voedo, D. L. Rudakov, R. Moyer et al., *Phys. Plasmas* **8**, 4826 (2001).
13. С. Д. Данилов, Д. Гурий, *УФН* **170**, 921 (2000).
14. Б. Б. Кадомцев, О. П. Погуце, *ЖЭТФ* **65**, 575 (1973).
15. R. White, D. Monticello, M. N. Rosenbluth et al., 5-th Intern. Conf. on Plasma Phys. and Contr. Nucl. Fus. Res., Tokyo 1974, Vienna: IAEA, v. **1**, 1975, p.495.
16. H. Strauss, *Phys. Fluids* **19**, 134 (1976).
17. H. Strauss, *Phys. Fluids* **20**, 1354 (1977).
18. В. П. Пастухов, *Письма в ЖЭТФ* **67**, 892 (1998).
19. В. П. Пастухов, *Физика плазмы* **26**, 566 (2000).
20. В. П. Пастухов, Н. В. Чудин, *Физика плазмы* **27**, 963 (2001) .
21. V. P. Pastukhov and N. V. Chudin, Proc. 19th IAEA Fusion Energy Conf. Lyon 2002, Vienna: IAEA, 2003. Rep. TH/2-5.
22. В. П. Пастухов, *Физика плазмы* **31**, 628 (2005).
23. М. И. Рабинович, *УФН* **125**, 123 (1978).
24. K-D. Zastrow, J. M. Adams, Yu. Baranov et al., *Plasma Phys. and Control. Fusion* **49**, B255 (2004).
25. F. Wagner, G. Becker, K. Behringer et al., *Phys. Rev. Lett.* **49**, 1408 (1982).