

Генерация терагерцового суперконтинуума при саморассеянии фемтосекундного импульса в режиме оптического выпрямления

А. Н. Бугай, С. В. Сазонов¹⁾*

Российский государственный университет им. И. Канта, 236041 Калининград, Россия

* Российский научный центр “Курчатовский институт”, 123182 Москва, Россия

Поступила в редакцию 11 февраля 2008 г.

После переработки 17 марта 2008 г.

Предсказана возможность генерации спектрального суперконтинуума в терагерцовом диапазоне частот в режиме оптического выпрямления фемтосекундного светового импульса. Выявлены переходные и асимптотическая стадии генерации. На асимптотической стадии суперконтинуум состоит из солитонной и несолитонной частей терагерцового сигнала. Показано, что формирование суперконтинуумов сопровождается смещением “центра тяжести” спектра оптического импульса в красную область.

PACS: 42.25.Gy, 42.65.–k

Одним из перспективных направлений в нелинейной оптике является исследование механизмов генерации спектральных суперконтинуумов – широкополосных импульсов, у которых невозможно выделить несущую частоту [1–3]. К настоящему времени известно множество нелинейных механизмов генерации суперконтинуумов в ультрафиолетовом, видимом и ближнем инфракрасном диапазонах. Реализация суперконтинуума в терагерцовой области частот могла бы вызвать существенное продвижение в спектроскопии. Пропускание такого суперконтинуума через вещество и сравнение его спектров на входе и на выходе может дать важную информацию о линиях поглощения для данного вещества в терагерцовом диапазоне. Это тем более важно, что в настоящее время терагерцовый диапазон частот считается наименее изученным в смысле взаимодействия электромагнитного излучения с веществом. Поэтому соответствующие исследования приобретают все более возрастающий интерес. Чувствительность колебательных, вращательных, колебательно-вращательных и туннельных квантовых переходов к терагерцовому диапазону создает важные перспективы в развитии терагерцовой спектроскопии. Кроме того, сигналы терагерцового диапазона сегодня находят применения в обработке изображений, системах безопасности и многих других областях [4].

Оптический метод генерации терагерцового излучения в квадратично-нелинейных средах является одним из наиболее эффективных. Суть состоит в том, что оптический импульс фемтосекундной длитель-

ности τ_p и несущей частоты ω , распространяясь в квадратично-нелинейной среде, способен породить в ней волну нелинейной поляризации на частоте Ω порядка разности частот крайних точек его спектра: $\Omega \sim \omega_2 - \omega_1 = \delta\omega \sim 1/\tau_p$. Если скорость данной волны $v = (\omega_2 - \omega_1)/(k(\omega_2) - k(\omega_1)) \approx d\omega/dk = v_g(\omega)$, где $k(\omega)$ – волновое число, превысит или сравняется с фазовой скоростью $v_{ph}(\Omega)$ света на частоте Ω , то за счет черенковского механизма может генерироваться терагерцовый импульс длительности $\sim \tau_p$ с центральной частотой спектра $\Omega \sim 1/\tau_p$. Идея о генерации терагерцового импульса длительностью порядка одного периода электромагнитных колебаний с помощью фемтосекундного оптического импульса была высказана в [5]. Через десять лет после этого черенковский терагерцовый импульс был зарегистрирован экспериментально в кристалле LiNbO_3 [6].

Теория, предложенная в [5], была построена на основе приближения заданного поля для оптического импульса. В [7, 8] для случая коллинеарного распространения оптического сигнала и порождаемого им в солитонном режиме терагерцового импульса при условии $v_g(\omega) = v_{ph}(\Omega)$, называемом в теории нелинейных волн резонансом Захарова–Бенни (РЗБ) [9], теоретически решена самосогласованная задача. При этом считалось, что оптический импульс поляризован в плоскости обыкновенной волны, а терагерцовый – в плоскости необыкновенной. Там же показано, что обратное воздействие сформировавшейся солитонной части терагерцового импульса на исходный оптический сигнал сводится, главным образом, к смещению несущей частоты данного сигнала в красную область. Причем величина этого смещения про-

¹⁾e-mail: sazonov.serгей@gmail.com

порциональна интенсивности оптической компоненты солитона. В [8] эффект красного смещения частоты назван саморассеянием оптического импульса на порождаемом им же терагерцовом сигнале по аналогии с вынужденным комбинационным саморассеянием [10, 11]. В [12] описанное саморассеяние зарегистрировано экспериментально в кристалле LiNbO_3 . В данном эксперименте как оптический, так и терагерцовый сигналы были поляризованы в плоскости необыкновенной волны.

В [13] также решалась самосогласованная одномерная задача об оптическом методе генерации терагерцового сигнала, где с помощью численных экспериментов снова было зафиксировано смещение несущей частоты оптического импульса в красную область. В качестве конкретного кристалла был выбран ZnTe толщиной 5 мм в направлении распространения импульсов. При этом возрастание амплитуды терагерцового импульса пропорционально пройденной дистанции z сопровождалось увеличением красного частотного сдвига оптического сигнала пропорционально z^2 . В то же время, понятно, что данный частотный сдвиг на некоторой длине распространения должен достичь своего максимального значения, так как с его ростом возникает отклонение от условия РЗБ. При этом значительно падает эффективность генерации терагерцового излучения. Именно рассмотренный в [7, 8] солитонный режим саморассеяния соответствует максимальному (асимптотическому) сдвигу частоты. Исследованные в [13] малые дистанции распространения не позволили проследить формирование оптико-терагерцового солитона, рассмотренного в [7, 8]. С другой стороны, в [7, 8] также не рассмотрен переходный процесс такого формирования. При этом упускалась из вида несолитонная часть терагерцового сигнала, которая могла соответствовать суперконтинууму в данном диапазоне частот.

Таким образом, приобретает актуальность исследование возможности генерации терагерцового суперконтинуума, сопровождаемой преобразованием спектра исходного оптического сигнала, чему и посвящена настоящая работа.

Пусть оптический импульс, поляризованный в плоскости необыкновенной волны, распространяется вдоль оси z , под углом φ к оптической оси одноосного кристалла. Соответствующее волновое уравнение запишем в виде

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (P_e + P_i), \quad (1)$$

где E – электрическое поле импульса, c – скорость света в вакууме, P_e и P_i – электронный и ионный поляризационные отклики.

Будем считать, что спектр оптического импульса лежит ниже частот электронного резонансного поглощения среды, но выше ионных резонансных частот. Тогда электронный отклик можно представить как [7, 8]

$$P_e = \chi_1 E + \chi_2 E^2 - \frac{\chi_1}{\omega_e^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}, \quad (2)$$

где χ_1 и χ_2 – компоненты линейного и нелинейного тензоров второго порядка безынерционных восприимчивостей кристалла, ω_e – характерная электронно-оптическая частота среды [7], последнее слагаемое в правой части (2) учитывает инерционность электронного отклика.

Для ионного отклика запишем уравнение классического осциллятора с затуханием:

$$\frac{\partial^2 P_i}{\partial t^2} + 2\gamma \frac{\partial P_i}{\partial t} + \omega_i^2 P_i = \frac{\omega_p^2}{4\pi} E, \quad (3)$$

где γ – постоянная затухания, ω_i и ω_p – ионные резонансная и плазменная частоты.

Полагая, что выполнено условие РЗБ, представим электрическое поле и поляризационные отклики в виде

$$\begin{aligned} E &= (\psi(z, t)e^{i(\omega t - kz)} + \text{с.с.}) + E_T, \\ P_{e,i} &= (\xi_{e,i}(z, t)e^{i(\omega t - kz)} + \text{с.с.}) + P_{eT,iT}, \end{aligned} \quad (4)$$

где E_T и $P_{eT,iT}$ – поле и поляризационные отклики терагерцового диапазона, соответственно, не имеющие несущей частоты, выражения в скобках соответствуют оптическому диапазону с комплексными огибающими поля ψ и поляризационных откликов $\xi_{e,i}$.

Из (1)–(4) после использования приближения однонаправленного распространения (ОР) [9, 14], а для оптической компоненты еще и приближения медленно меняющихся огибающих (ММО) [1] с учетом условия $\omega \gg \omega_i$ придем к нелинейной системе:

$$i \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{k_2}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \tau^2} - \alpha \omega E_T \psi = 0, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_T}{\partial z} + \delta \frac{\partial E_T}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \tau} \int_0^\infty G(T) E_T(z, \tau - T) dT + \\ + \beta \frac{\partial}{\partial \tau} |\psi|^2 = 0, \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь

$$G(T) = \frac{v_g^2 \omega_p^2}{2c^2 \tilde{\omega}_i} \exp(-\gamma T) \sin(\tilde{\omega}_i T),$$

$$\tilde{\omega}_i = \sqrt{\omega_i^2 - \gamma^2}, \quad \tau = t - z/v_g, \quad n_0 = \sqrt{1 + 4\pi\chi_1},$$

$$\frac{1}{v_g} = \frac{\partial k}{\partial \omega} = \frac{n_0}{c} \left(1 + \frac{6\pi\chi_1}{n_0^2\omega_e^2} \omega^2 + \frac{\omega_p^2}{2n_0^2\omega^2} \right),$$

$$k_2 = \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} = \frac{12\pi\chi_1\omega}{cn_0\omega_e^2} - \frac{\omega_p^2}{cn_0\omega^3},$$

$$\delta = \frac{v_g}{2} \left(\frac{n_0^2}{c} - \frac{1}{v_g^2} \right), \quad \alpha = \frac{4\pi\chi_2}{cn_0}, \quad \beta = \frac{4\pi\chi_2 v_g}{c^2}.$$

В (6) мы пренебрегли нелинейным слагаемым $\sim \partial E_T^2 / \partial \tau$ в сравнении с нелинейностью $\sim \partial |\psi|^2 / \partial \tau$, так как интенсивность генерируемого терагерцового сигнала значительно ниже интенсивности порождающего его оптического импульса [7, 8, 12].

Полученная система нелинейных уравнений описывает самосогласованную динамику огибающей ψ лазерного импульса и поля E_T терагерцового излучения при реализации процесса оптического выпрямления.

Особо подчеркнем, что при выводе (6) (в отличие от (5)) из (1) не использовалось приближение ММО. Здесь редукция уравнения к первому порядку относительно производных по z и t проведена в предположении об учете только волны, распространяющейся вдоль оси z . При этом пренебрегается отраженной от нелинейных неоднородностей волной. Такова суть приближения ОР [9, 14]. Данный подход позволяет описывать терагерцовый импульс, который может содержать сколь угодно мало колебаний или может быть очень сильно промодулирован по фазе. В этой связи заметим, что в [13] для терагерцовой составляющей использовано приближение ММО относительно z , но не использовано относительно t . По нашему мнению, такой подход не вполне последователен. Например, он полностью исключает из рассмотрения солитонную часть терагерцового сигнала [7, 8], представляющую собой однополярный полувольтный импульс.

Линеаризация уравнения (6) и представление терагерцового поля в виде $E_T \sim \exp[-i(\Omega\tau - qz)]$ приводит к дисперсионному уравнению

$$q = q_1 - iq_2, \quad (7)$$

где коэффициент поглощения терагерцового поля

$$q_2 = \frac{\gamma v_g \omega_p^2}{c^2} \frac{\Omega^2}{(\omega_i^2 - \Omega^2)^2 + 4\gamma^2 \Omega^2}, \quad (8)$$

$q_1 = \Omega/v_{ph}$, а фазовая скорость терагерцовой волны определяется выражением

$$\frac{1}{v_{ph}} = \frac{1}{2v_g} \left(1 + \frac{n_0^2 v_g^2}{c^2} \right) + \frac{v_g \omega_p^2}{2c^2} \frac{\omega_i^2 - \Omega^2}{(\omega_i^2 - \Omega^2)^2 + 4\gamma^2 \Omega^2}. \quad (9)$$

Отсюда и из выражения для v_g видно, что для РЗБ необходимо выполнение условия

$$\Omega < \omega_i. \quad (10)$$

Таким образом, спектр генерируемого терагерцового сигнала лежит ниже частот ионного поглощения.

Пусть $\Omega^2 \ll \omega_i^2$. Тогда условие РЗБ с учетом неравенств $\omega \gg \omega_i$, $\gamma \ll \omega_i$ имеет вид

$$\frac{\omega_p^2}{\omega_i^2} = \frac{12\pi\chi_1\omega^2}{\omega_e^2}. \quad (11)$$

В этом случае дисперсия терагерцовой компоненты является слабой, а потому справедливо разложение

$$E_T(\tau - T) = E(\tau) - T \frac{\partial E_T}{\partial \tau} + \frac{T^2}{2} \frac{\partial^2 E_T}{\partial \tau^2} - \dots \quad (12)$$

Подставляя данное разложение в (6) с учетом выражения для $G(T)$, получим

$$\frac{\partial E_T}{\partial z} + \delta_T \frac{\partial E_T}{\partial \tau} - \Gamma \frac{\partial^2 E_T}{\partial \tau^2} - \mu \frac{\partial^3 E_T}{\partial \tau^3} + \beta \frac{\partial}{\partial \tau} |\psi|^2 = 0, \quad (6a)$$

где

$$\Gamma = \frac{\gamma v_g \omega_p^2}{c^2 \omega_i^4}, \quad \mu = \frac{v_g \omega_p^2}{2c^2 \omega_i^4}, \quad \delta_T = \frac{v_g}{2} \left(\frac{n_T^2}{c} - \frac{1}{v_g^2} \right),$$

$n_T^2 = n_0^2 + \omega_p^2/\omega_i^2$ – безынерционная часть показателя преломления в терагерцовом диапазоне.

Условию РЗБ вида (11) можно удовлетворить, если заметить, что параметры χ_1 и ω_e зависят от φ [8]. Кроме того, здесь может оказаться полезным использование техники “скошенных фронтов” входных оптических импульсов [12].

Дальнейший анализ системы (5), (6a) проведем с помощью численного моделирования. В качестве примера квадратично-нелинейной среды возьмем кристалл ZnTe. Условие РЗБ здесь можно реализовать в коллинеарном режиме. Так, при длине волны входного импульса 800 нм данное условие выполняется для частоты порождаемого сигнала 2 ТГц [13]. Параметры указанного кристалла таковы, что $n_0 = 2.72$, $\omega_e = 5 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$, $\omega_i = 33.4 \text{ ТГц}$, $\omega_p = 53.7 \text{ ТГц}$, $\gamma = 0.28 \text{ ТГц}$, $\chi_2 = 2.98 \cdot 10^{-8} \text{ СГСЭ}$ [13].

На рис.1–6 приведены результаты моделирования процесса оптического выпрямления при длительнос-

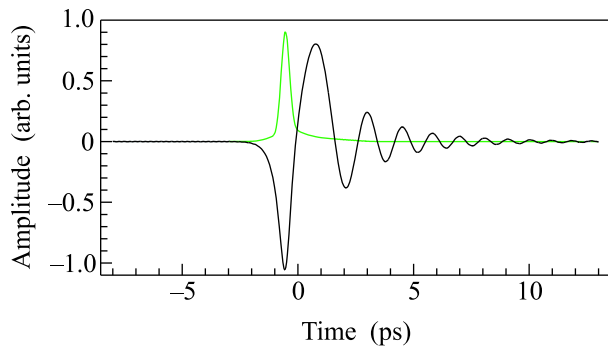


Рис.1. Форма импульса при пробеге в среде $z = 6$ см. Зеленая линия – огибающая оптической накачки нормирована на величину $2.5|k_2|/\alpha\sqrt{\omega\tau_p^3}$, темная линия – поле терагерцового сигнала нормирована на величину $1.4|k_2|/\alpha\tau_p^2$

ти входного импульса 265 фс с несущей длиной волны 836 нм при пиковой интенсивности 3.6 ГВт/см^2 . На начальной (переходной) стадии процесса (рис.1) ширина спектра генерируемого сигнала сопоставима с его центральной частотой (рис.2). Это позволяет го-

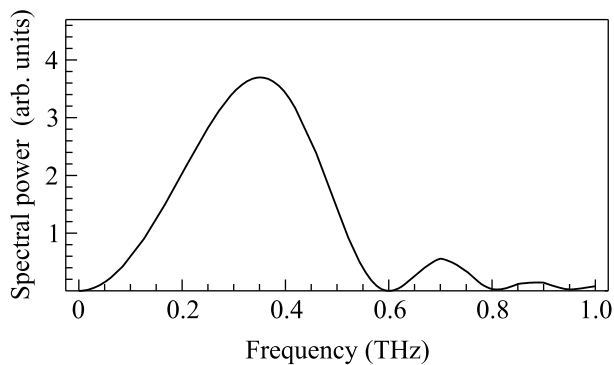


Рис.2. Спектр терагерцового сигнала при пробеге в среде $z = 6$ см. Шкала оси ординат задана в величинах $6|k_2|^2/\alpha\tau_p^2$

ворить о формировании суперконтинуума, который можно назвать переходным. В дальнейшем происходит разделение терагерцового сигнала на две составляющие: солитонную и несолитонную. Первая вместе с оптическим импульсом уходит вперед, а вторая несколько отстает (рис.3). Начиная с этой (асимптотической) стадии, спектры обеих составляющих можно рассматривать отдельно. Из рис.4 видно, что спектры солитонной и несолитонной частей обладают основными свойствами суперконтинуумов (назовем их асимптотическими). Несолитонный суперконтинуум формируется за счет явно выраженной частотной модуляции. Будучи центрированным на частоте 0.2 ТГц, он обладает шириной 0.4 ТГц, захватывая

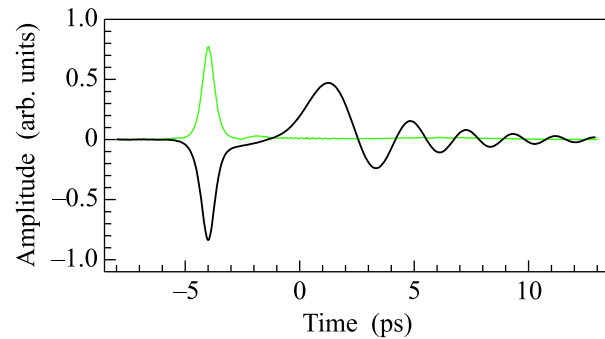


Рис.3. Форма импульса при пробеге в среде $z = 24$ см. Зеленая линия – огибающая оптической накачки нормирована на величину $2.5|k_2|/\alpha\sqrt{\omega\tau_p^3}$, темная линия – поле терагерцового сигнала нормирована на величину $1.4|k_2|/\alpha\tau_p^2$

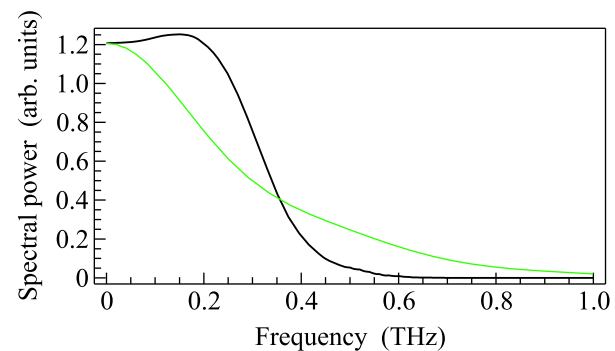


Рис.4. Спектры солитонной (зеленая линия) и несолитонной (темная линия) частей терагерцового сигнала после распада ($z = 24$ см). Шкала оси ординат задана в величинах $6|k_2|^2/\alpha\tau_p^2$

при этом нулевую частоту. Солитонный суперконтинуум образуется за счет короткой длительности солитона (доли пикосекунды). Обладая примерно такой же шириной, данный спектр центрирован на нулевой частоте. Мощности обоих суперконтинуумов сопоставимы по величине, а эффективность их генерации по отношению к мощности оптического импульса составляет десятые доли процента.

По мере распространения и генерации терагерцового суперконтинуума оптический импульс испытывает на данном суперконтинууме саморассеяние. Как результат, его несущая частота монотонно смещается в красную область, достигая на асимптотической стадии своего минимального значения (рис.5).

Поясним механизм распада терагерцового импульса на две составляющие. Поскольку спектры последних содержат нулевые частоты, для которых поглощение и дисперсия очень малы, то можно пренебречь третьим и четвертым слагаемыми в левой

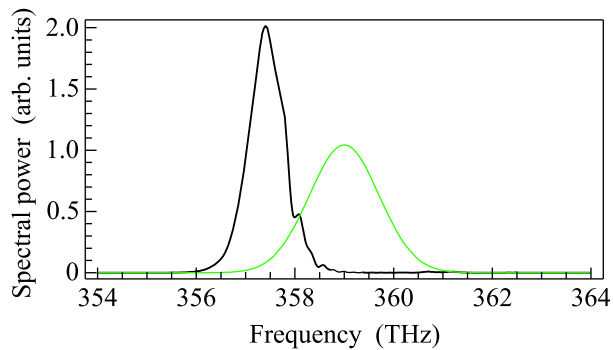


Рис.5. Красный сдвиг спектра оптического импульса. Зеленая линия – спектр на входе в среду, темная линия – при пробеге $z = 24$ см. Спектры нормированы на начальное значение

части уравнения (6а). Если, кроме того, $\delta_T = 0$, система (5), (6а) становится интегрируемой [15] и допускает двухкомпонентное солитонное решение типа показанного в левой части рис.3. Очевидно, такой солитон, рассмотренный в [7, 8], формируется на дистанциях порядка длины дисперсионного расплывания $L_d = 2\tau_p^2/|k_2|$. Взяв приведенные выше параметры для кристалла ZnTe, найдем, что при длительности импульса 300 фс длина дисперсионного расплывания $L_d \approx 1.5$ см. Данное значение превосходит дистанции распространения, рассмотренные в [13]. Это еще одна причина, по которой в [13] не мог быть зафиксирован солитонный режим. Понятно, что на дистанции порядка L_d достигается максимальное значение красного частотного сдвига оптического импульса. Кроме того, данное смещение сопровождается сужением оптического спектра (рис.5) в соответствии с экспериментальными данными работы [12].

Система (5), (6а) имеет интеграл движения $\int_{-\infty}^{\infty} E_T(z, \tau) d\tau = \text{const}$. Понятно, что при формировании солитона останется еще импульс противоположной полярности. Выражение для данного объекта затруднительно представить в удобной аналитической форме. По своей структуре этот импульс напоминает автомодельное решение уравнения Кортевега де Вриза (КдВ), когда начальное условие обладает полярностью, противоположной той, которая необходима для формирования солитона. Действительно, уравнение (6а) формально имеет вид обобщенного КдВ, где роль нелинейности играет $|\psi|^2$, зависящая сложным образом от поля E_T . В дальнейшем, при распаде терагерцового импульса и удалении солитона влияние последнего слагаемого в уравнении (6а) становится незначительным, а дальнейшая эволюция рассматриваемого решения

происходит как распространение сформированного таким образом импульса в линейной диспергирующей среде.

Если рассматривать солитонную и несолитонную части терагерцовой составляющей как единый сигнал (рис.3), то его спектр имеет гребенчатую структуру (рис.6). Данную структуру можно рассматри-

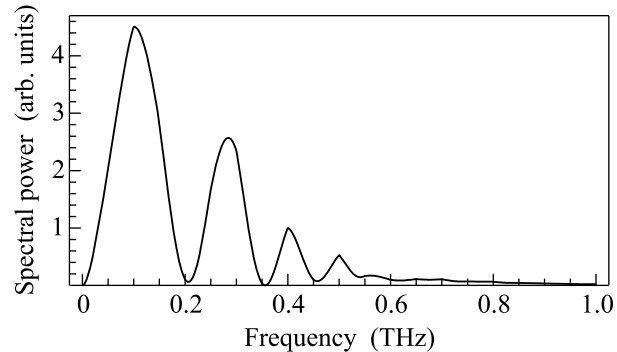


Рис.6. Спектр терагерцового сигнала при пробеге в среде $z = 24$ см. Шкала оси ординат задана в величинах $6|k_2|^2/\alpha\tau_p^2$

вать как результат интерференции в пространстве частот солитонного и несолитонного суперконтинуумов. Это утверждение согласуется с экспериментальными [16] и теоретическими [17] данными по интерференции суперконтинуумов оптического диапазона. Заметим, что подобные “частотные гребенки” находят важные приложения, например, в прецизионной лазерной спектроскопии [18].

Как следует из вышеприведенных вычислений, ширина терагерцового суперконтинуума по порядку величины совпадает с шириной спектра входного импульса. Следовательно, уменьшив длительность подаваемого импульса, можно увеличить ширину суперконтинуума. Однако в этом случае порождаемый сигнал неизбежно попадет в область линии поглощения. Тогда разложение (12) перестает быть справедливым, и приходится анализировать систему (5), (6). Рассмотрим данный случай подробнее. Пусть длительность входного импульса 40 фс, длина волны 800 нм, а интенсивность 83 ГВт/см^2 . Результаты численного моделирования уравнений (5), (6) показывают (см. рис.7,8), что часть генерируемого суперконтинуума, находящаяся на линии поглощения, “вырезается” на частоте ω_i . Таким образом, суперконтинуум эффективно разделяется на две части. Однако разделения самого терагерцового импульса не происходит. Вместо этого он становится промодулированным (рис.7), что можно интерпретировать как наложение или суперпозицию двух импульсов, каж-

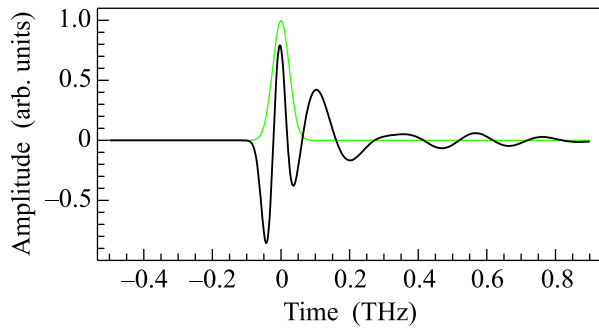


Рис. 7. Форма импульса при пробеге в среде $z = 0.25$ мм. Зеленая линия – огибающая оптической накачки нормирована на величину $0.65|k_2|/\alpha\sqrt{\omega\tau_p^3}$, темная линия – поле терагерцового сигнала нормирована на величину $1.63 \cdot 10^{-2}|k_2|/\alpha\tau_p^2$

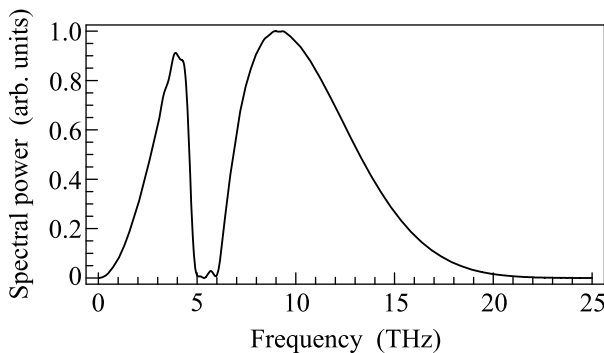


Рис. 8. Спектр терагерцового сигнала при пробеге $z = 0.25$ мм. Шкала оси ординат задана в величинах $1.85 \cdot 10^{-4}|k_2|^2/\alpha\tau_p^2$

дый из которых содержит спектр соответственно ниже и выше ω_i . Здесь ситуация в некоторой степени противоположна ранее рассмотренной с использованием разложения (12). Назовем данный переходной суперконтинуум двухполосным, так как в нем отчетливо выделяются две широкие полосы соответственно ниже и выше ω_i . Поскольку РЗБ предполагает наличие максимума генерации на частоте 2 ТГц, то перекачка энергии должна происходить из правой в левую часть терагерцового спектра в соответствии с условием (10). Вследствие этого модуляция терагерцового импульса значительно уменьшается, и после некоторых биений импульс разделяется на два сигнала. Причем составляющая, чей спектр лежит в области частот, больших ω_i , быстро затухает. Дальнейшая эволюция качественно не отличается от рассмотренной ранее для более длинного импульса, когда спектр генерируемого сигнала удален от линии поглощения в сторону низких частот. Как результат, вновь формируется асимптотический суперконтинуум, состоящий из солитонной и несолитонной частей.

Таким образом, можно выделить две стадии формирования терагерцовых суперконтинуумов: переходную и асимптотическую. На переходной стадии, в зависимости от длительности входного оптического импульса возможны два случая. В случае относительно длинного (узкополосного) оптического импульса генерируемый им терагерцовый суперконтинуум лежит ниже резонансной частоты ионного поглощения. Если же оптический импульс достаточно короткий (широкополосный), то суперконтинуум может захватывать сразу обе широкие полосы ниже и выше ω_i с образованием в окрестности данной частоты глубокого провала. На дальнейшей стадии распространения из обоих видов переходных суперконтинуумов формируется асимптотический терагерцовый суперконтинуум, образованный его солитонной и несолитонной компонентами. Формирование как переходных, так и асимптотического суперконтинуумов сопровождается смещением “центра тяжести” спектра фемтосекундного оптического импульса в красную область.

Работа частично поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (проект # 06-02-16147а). Один из авторов (А. Н. Б.) благодарит фонд “Династия” за финансовую поддержку.

1. С. А. Ахманов, В. А. Высолюх, А. С. Чиркин, *Оптика фемтосекундных лазерных импульсов*, М.: Наука, 1988, гл. 2.
2. Г. Агравал, *Нелинейная волоконная оптика*, М.: Мир, 1996. [G. Agrawal, *Nonlinear Fibre Optics*, Academic Press, Boston, 2001].
3. А. М. Желтиков, УФН **176**, 623 (2006).
4. P. Y. Han and X.-C. Zhang, *Meas. Sci. Tech.* **12**, 1747 (2001).
5. У. А. Абдуллин, Г. А. Ляхов, О. В. Руденко, А. С. Чиркин, ЖЭТФ **66**, 1295 (1974).
6. D. H. Auston, K. P. Cheung, J. A. Valdmanis, and D. A. Kleinman, *Phys. Rev. Lett.* **53**, 1555 (1984).
7. С. В. Сазонов, А. Ф. Соболевский, *Письма в ЖЭТФ* **75**, 746 (2002).
8. С. В. Сазонов, А. Ф. Соболевский, *Квант. электрон.* **35**, 1019 (2005).
9. Р. Додд, Дж. Эйлбек, Дж. Гиббон, Х. Моррис, *Солитоны и нелинейные волновые уравнения*, М.: Мир, Москва, 1988, § 8.6. [R. K. Dodd, J. C. Eilbeck, J. Gibbon, and H. C. Morris, *Solitons and Nonlinear Wave Equations*, Academic Press, New York, 1982, § 8.6].
10. Е. М. Дианов, А. Я. Карасик, П. В. Мамышев и др., *Письма в ЖЭТФ* **41**, 242 (1985).
11. F. M. Mitschke and L. F. Mollenauer, *Opt. Lett.* **11**, 659 (1986).

12. А. Г. Степанов, А. А. Мельников, В. О. Компанец, С. В. Чекалин, *Письма в ЖЭТФ* **85**, 279 (2007).
13. T. Hattori and K. Takeuchi, *Optics Express* **15**, 8076 (2007).
14. Э. М. Беленов, А. В. Назаркин, *Письма в ЖЭТФ* **100**, 252 (1990).
15. N. Yajima and M. Oikawa, *Progr. Theor. Phys.* **56**, 1719 (1976).
16. A. Tortora, C. Corsi, and M. Bellini, *Appl. Phys. Lett.* **85**, 1113 (2004).
17. M. A. Bakhtin and S. A. Kozlov, *Optical Memory and Neural Networks* **15**, 1 (2006).
18. M. Bellini and T.W. Hansch, *Opt. Lett.* **25**, 1049, (2000).