

# Высокая прозрачность двухфотонного канала рассеяния в трехбарьерных структурах

А. Б. Пашковский<sup>1)</sup>

Научно-производственное предприятие “Исток”, 141190 Фрязино, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 23 октября 2008 г.

После переработки 21 ноября 2008 г.

Для несимметричных трехбарьерных резонансно-туннельных структур с тонкими высокими барьерами найдено аналитическое решение уравнения Шредингера с открытыми граничными условиями по всем каналам рассеяния, описывающее резонансные переходы между тремя квантовыми уровнями в сильном высокочастотном электрическом поле. Обнаружено, что в определенных условиях большая часть электронов, падающих на верхний резонансный уровень, может отдавать два фотона и уходить из структуры по нижнему уровню без промежуточного взаимодействия с фононами. Структура оказывается практически абсолютно прозрачной в широком диапазоне амплитуд высокочастотного поля, что принципиально отличает многофотонный процесс рассеяния от рассмотренных ранее однофотонных, а квантовая эффективность таких переходов может вдвое превосходить максимальную квантовую эффективность переходов между соседними уровнями и в пределе достигать 160%.

PACS: 73.40.–с

**Введение.** Исследование многофотонных процессов в структурах с когерентным транспортом электронов представляет большой интерес как в теоретическом, так и в практическом плане. Дело в том, что интенсивно развиваемые в последние годы источники электромагнитного излучения среднего и ближнего ИК (терагерцевых) диапазонов – квантовые каскадные лазеры [1–3] работают в режиме некогерентного транспорта электронов, когда на каждый излучательный переход электронов между рабочими уровнями (подзонами) активного участка полупроводниковой структуры приходится несколько безызлучательных переходов, вызываемых фононами. Квантовая эффективность такого режима обычно не превосходит долей процента. Для ее повышения применяют каскадирование – последовательное соединение в одной полупроводниковой структуре до нескольких десятков рабочих ячеек, состоящих из инжектора электронов, активного участка, а также резервуара электронов, в котором электронный газ приходит в равновесие с кристаллической решеткой полупроводника. При этом, однако, в соответствующее число раз увеличивается рабочее напряжение, растут токи утечки и резко увеличивается мощность, потребляемая лазерным диодом в рабочем режиме.

Ситуация кардинальным образом меняется в лазерах на межподзонных переходах в режим коге-

рентного транспорта электронов [4], при котором подавляющее число электронов успевает протуннелировать сквозь выходной барьер активного участка, избежав столкновений с фононами. Поскольку все переходы в когерентном режиме – излучательные, квантовая эффективность одной рабочей ячейки такого лазера может быть намного выше, чем ячейки лазера с некогерентным транспортом.

Ранее было обнаружено, что при когерентном транспорте электронов однофотонный канал рассеяния при диагональных переходах в трехбарьерных структурах [5] и прямых переходах в двухбарьерных структурах как с уходом электронов в зону проводимости [6], так и с уходом в валентную зону [7] могут быть абсолютно прозрачными. В [8] было показано, что при абсолютно прозрачном канале рассеяния максимальная квантовая эффективность при когерентных переходах между соседними уровнями конечной ширины может достигать 80%.

Представляет несомненный интерес выяснить, насколько можно увеличить суммарную квантовую эффективность элементарной ячейки за счет многофотонных эффектов и каких максимальных величин могут достигать прозрачности многофотонных каналов рассеяния.

**Результаты расчетов.** Рассмотрим несимметричную трехбарьерную структуру с тонкими ( $\delta$ -образными барьерами, рис.1), к которой приложено однородное высокочастотное электрическое поле  $E(t) = 2E \cos \omega t = E(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t})$ . Моноэнергетичес-

<sup>1)</sup>e-mail: solidstate10@mail.ru

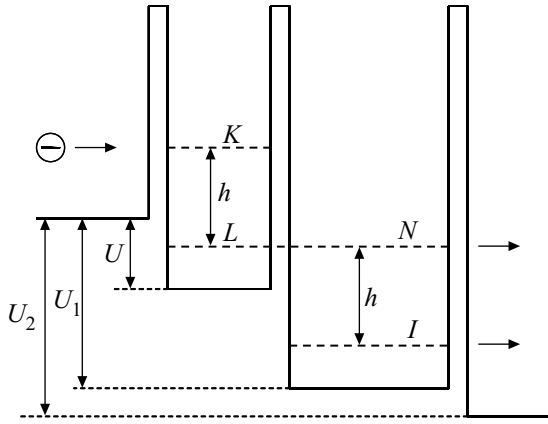


Рис.1. Схематическая зонная диаграмма рассматриваемой трехбарьерной структуры

кий поток электронов с энергией  $\epsilon$  падает слева на резонансный уровень с номером  $K$  первой двухбарьерной структуры, частота высокочастотного поля соответствует переходам на  $L$  уровень этой же структуры, один из резонансных уровней второй двухбарьерной структуры с номером  $N$  находится вблизи уровня  $L$  первой, образуя общий расщепленный (двукратно вырожденный) резонансный уровень всей структуры, а во второй яме еще ниже находится уровень с номером  $I$ .

В переходах участвует только один из расщепленных уровней, так как второй отстоит от него хотя и на малое, но обычно превышающее ширину уровня расстояние [9], причем для дальнейших расчетов неважно, куда переходят электроны с самого верхнего уровня на верхний или на нижний расщепленный уровень, несмотря на ортогональность волновых функций на них. Дело в том, что в первой яме форма волновой функции на каждом из расщепленных уровней совпадает, а во второй яме отличается только фазовым множителем  $-1$ , который никак не сказывается на вероятности переходов на нижний уровень  $I$ . Современные технологии позволяют создавать барьеры столь малой толщины [10, 11], что электронный транспорт через резонансные структуры может быть баллистическим в достаточно широком интервале изменения толщин барьеров, поэтому рассеянием внутри структуры, а соответственно, и переходами между расщепленными уровнями пренебрегается. Поэтому далее во избежание путаницы для простоты будем говорить только об одном среднем уровне  $LN$ , на который совершаются переходы. Возможны две ситуации:

1. Расстояние между уровнями разное и переходы на нижний уровень  $I$  маловероятны (нижний уровень как бы отсутствует).

2. Расстояния между всеми уровнями одинаковы, переходы совершаются как с верхнего резонансного уровня на средний, так и со среднего на нижний (именно эта ситуация приведена на рис.1 и представляет наибольший интерес).

Нестационарное уравнение Шредингера для такой системы имеет вид

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + H(x)\psi + H(x,t)\psi,$$

$$H(x) = U(\theta(x) - \theta(x-a)) + U_1(\theta(x-a) - \theta(x-a-l)) + U_2\theta(x-a-l) + \alpha\delta(x) + \alpha\rho\delta(x-a) + \alpha\gamma\delta(x-a-l), \quad (1)$$

$$H(x,t) = -qE[x(\theta(x) - \theta(x-a-l)) + (a+l)\theta(x-a-l)](e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}).$$

Здесь  $q$ ,  $m^*$  – заряд и масса электрона;  $\alpha = \varphi_b b$  – мощность первого барьера,  $\varphi_b$ ,  $b$  – его высота и ширина,  $\theta(x)$  – единичная функция,  $\gamma$ ,  $\rho$  – численные коэффициенты,  $a$ ,  $l$  – расстояния между барьерами,  $U$ ,  $U_1$  и  $U_2$  – величина скачка дна зоны проводимости на барьерах. Решение задачи будем искать в резонансном приближении (предполагается, что волновая функция, соответствующая поглощению фотонов и переходам вверх с основного уровня, мала). В этом случае волновая функция электронов имеет вид

$$\psi(x,t) = \psi_K(x)e^{-i\omega_0 t} + \psi_{LN}(x)e^{-i(\omega_0 - \omega)t} + \psi_I(x)e^{-i(\omega_0 - 2\omega)t}, \quad (2)$$

где

$$\psi_K(x) = \begin{cases} \exp(ik_0 x) + D \exp(-ik_0 x), & x < 0 \\ A \sin(kx) + B \cos(kx), & 0 < x < a, \\ Z \sin(k_1(x-a)) + W \cos(k_1(x-a)), & a < x < a+l \\ C \exp(ik_2(x-a-l)), & x > a+l \end{cases},$$

$$\psi_{LN}(x) = \begin{cases} D_- \exp(\kappa x), & x < 0 \\ A_- \sin(kx) + B_- \cos(kx), & 0 < x < a \\ Z_- \sin(k_{1-}(x-a)) + W_- \cos(k_{1-}(x-a)), & a < x < a+l \\ C_- \exp(ik_{2-}(x-a-l)), & x > a+l \end{cases}, \quad (3)$$

$$\psi_I(x) =$$

$$= F_2 \begin{cases} D_{--} \exp(\kappa_1(x-a)), & 0 < x < a \\ Z_{--} \sin(k_{--}(x-a)) + \\ + W_{--} \cos(k_{1--}(x-a)), & a < x < a+l \\ C_{--} \exp(ik_{2--}(x-a-l)), & x > a+l \end{cases}.$$

При достаточно мощных барьерах, а только при таких барьерах вообще и имеет смысл говорить о системе с резонансными уровнями, в отсутствие переменного электрического поля коэффициенты волновой функции (3) равны

$$\begin{aligned} F_1 = F_2 = 0, \quad D = D_0 = 1, \quad B = B_0 = 2, \\ A = A_0 = 2y/k, \quad W = W_0 = 2(-1)^K/\rho, \\ Z = Z_0 = \text{ctg}(k_1 l)/\rho, \\ C = C_0 = -2k_1/\gamma\rho y \sin k_1 l. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $k_i$  – соответствующие волновые векторы на каждом уровне и в соответствующей области пространства,  $y = 2m^* \alpha/\hbar^2$  – величина, которая в структурах с  $\delta$ -образными барьерами выступает в роли резонансного параметра [12]. При достаточно мощных барьерах и, соответственно, узких резонансных уровнях  $y \gg k$ .

Общий резонансный уровень  $LN$  задается условиями [13]

$$\begin{aligned} \cos k_- a \approx (-1)^L, \quad \cos k_{1-} l \approx (-1)^N, \\ \sin k_- a \approx -\frac{k_-}{y} \left( \beta + \frac{\Delta\beta}{y} \right), \\ \sin k_{1-} l \approx -\frac{k_{1-}}{y} \left( \xi + \frac{\Delta\xi}{y} \right), \quad (5) \\ \beta = \frac{1 + \rho + \gamma + \gamma\xi + (-1)^{L+1}\gamma\xi\rho}{\gamma + \rho + (-1)^{L+1}\gamma\xi\rho} (-1)^L, \\ \Delta\beta = (-1)^{L+1}\kappa - \frac{\gamma^2 \Delta\xi}{(\gamma + \rho + (-1)^{L+1}\gamma\xi\rho)^2}. \end{aligned}$$

Коэффициенты волновой функции на среднем уровне, рассчитанные в первом порядке теории возмущений (см. подробнее [13]), имеют вид

$$\begin{aligned} C_- = -\frac{4iqEy^2(\gamma + \rho + (-1)^{L+1}\gamma\xi\rho)}{m^*\omega^2 k_{2-}} = \\ = Z_- \frac{k_{1-}}{\gamma y} = \frac{W_-}{1 - \gamma\xi}, \\ D_- = -\frac{4iqEy^2(\gamma + \rho + (-1)^{L+1}\gamma\xi\rho)^2}{m^*\omega^2 k_{2-}} = B_- = A_- \frac{k_-}{y}, \end{aligned} \quad (6)$$

а коэффициенты волновой функции на нижнем уровне, рассчитанные во втором порядке теории возмущений,

$$\begin{aligned} D_{--} = W_{--} = \gamma C_{--} = Z_{--} \frac{k_{1--}}{y} = \\ = \left( \frac{2qE}{m^*\omega^2} \right)^2 \frac{2\gamma^3(\gamma + \rho + (-1)^{L+1}\gamma\xi\rho)y^4}{k_2 k_{2--}}. \end{aligned} \quad (7)$$

Рассчитав поправку второго порядка к волновой функции основного состояния, можно получить, что внутри структуры и за ней

$$\psi_2(x) = -z\psi_0(x), \quad (8)$$

где

$$z = \left( \frac{2qE}{m^*\omega^2} \right)^2 \frac{(\gamma + \rho + (-1)^{L+1}\gamma\xi\rho)^2 y^4}{k_0 k_{2-}}. \quad (9)$$

В отсутствие нижнего резонансного уровня ( $F_2 = 0$ ) процедуру получения поправок более высокого порядка можно продолжить (см. [6–8]) и коэффициенты волновой функции на каждом из резонансных уровней представить в виде постоянного множителя и знакопеременного ряда:

$$1 - z + z^2 - z^3 + \dots + (-1)^{n+1} z^n = 1/(1+z) \quad (10)$$

с радиусом сходимости  $|z| < 1$ . В этом случае коэффициенты волновой функции электронов (3) имеют вид

$$\begin{aligned} D = D_0 - \frac{2D_0 z}{1+z} = D_0 \frac{1-z}{1+z}, \quad A = A_0 \frac{1}{1+z}, \\ B = B_0 \frac{1}{1+z}, \quad Z = Z_0 \frac{1}{1+z}, \quad W = W_0 \frac{1}{1+z}, \quad (11) \\ C = C_0 \frac{1}{1+z}, \quad F_1 = \frac{1}{1+z}, \quad F_2 = 0. \end{aligned}$$

Зависимости коэффициентов отражения и прохождения электронов через трехбарьерную структуру для однофотонного процесса приведены на рис.2. Видно, что с ростом амплитуды переменного электрического поля коэффициент отражения падает до нуля, и при  $z = 1$  структура оказывается абсолютно прозрачной ( $D = 0$ ), то есть все электроны, падающие слева на центр верхнего резонансного уровня, отдают фотон и уходят из структуры по “сквозному” резонансному уровню  $LN$  направо. После этого коэффициент прохождения резко падает.

Наличие третьего резонансного уровня, на который могут совершаться переходы, меняет ситуацию кардинальным образом.

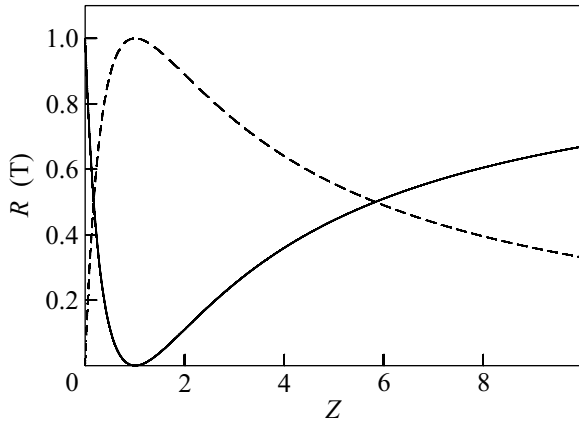


Рис.2. Зависимость коэффициентов отражения (сплошная кривая) и прохождения (штриховая кривая) электронов от параметра  $z$  для трехбарьерной структуры с двумя резонансными уровнями

В третьем порядке теории возмущений можно рассчитать поправку к волновой функции электронов на среднем резонансном уровне:

$$\psi_{LN}(x) \approx \psi_-(x) - (z+w)\psi_-(x). \quad (12)$$

Здесь коэффициент  $-z$  отвечает за вклад верхнего резонансного уровня,

$$w = \left( \frac{2qE}{m^*\omega^2} \right)^2 \frac{y^4 \gamma^4}{k_{2-} k_{2--}} = z \cdot \frac{k_0 \gamma^4}{k_{2--} (\gamma + \rho + (-1)^{L+1} \gamma \xi \rho)^2} \quad (13)$$

– за вклад нижнего.

Как и в случае двухуровневой системы, процедуру расчета поправок более высоких порядков можно продолжить и получить волновую функцию на каждом резонансном уровне в виде постоянных множителей и знакопеременных рядов:

$$1 - (z+w) + (z+w)^2 - (z+w)^3 + \dots + (-1)^{n+1} (z+w)^n \dots = 1/(1+z+w) \quad (14)$$

для среднего и нижнего резонансных уровней,

$$1 - z + z(z+w) - z(z+w)^2 + \dots + (-1)^n z(z+w)^n \dots = (1+w)/(1+z+w) \quad (15)$$

для верхнего, с радиусами сходимости  $|z+w| < 1$ . Таким образом, коэффициенты волновой функции электронов (3) принимают вид

$$D = D_0 - \frac{2D_0 z}{1+z+w} = D_0 \frac{1+w-z}{1+w+z};$$

$$\begin{aligned} A &= A_0 \frac{1+w}{1+w+z}, & B &= B_0 \frac{1+w}{1+w+z}, \\ Z &= Z_0 \frac{1+w}{1+w+z}, & W &= W_0 \frac{1+w}{1+w+z}, \\ C &= C_0 \frac{1+w}{1+w+z}, & F_1 &= F_2 = \frac{1}{1+w+z}. \end{aligned} \quad (16)$$

Видно, что и в случае трех резонансных уровней структура в сильном поле может стать абсолютно прозрачной – коэффициент отражения от центра верхнего резонансного уровня при  $z = 1+w$  равен нулю. Очевидно, что в этом случае мы выходим за радиус сходимости ряда (14), (15). Однако ранее [14] для двухуровневой системы было показано, что аналогичные волновые функции являются решениями задачи далеко за радиусом сходимости соответствующего ряда (область сходимости примерно  $y^2/k^2 \gg 1$ ). Так как для данного потенциального рельефа вид точного решения уравнения Шредингера в однородном сильном высокочастотном поле [15–17] не зависит от числа уровней, то естественно предположить, что данная закономерность сохраняется и для трехуровневых систем.

Уходя из структуры по среднему квантовому уровню, электрон отдает один квант энергии, по нижнему – два. Возникает закономерный вопрос – какая часть электронов от общего числа может уйти из структуры по нижнему уровню? Отношение потока электронов, уходящих по нижнему уровню, к потоку электронов, уходящих по среднему, равно

$$\frac{j_{--}}{j_-} = \frac{k_{2--} |C_{--}|^2}{k_{2-} |C_-|^2} = \left( \frac{2qE}{m^*\omega^2} \right)^2 \frac{\gamma^4 y^4}{k_{2--} k_{2-}} = w. \quad (17)$$

Видно, что с ростом амплитуды высокочастотного поля доля электронов, уходящих из структуры по нижнему резонансному уровню, быстро возрастает. Если при этом выполняется условие  $z = w$ , то в сильных полях (см.(16)) коэффициент отражения от структуры становится равен нулю, то есть в пределе можно получить абсолютно прозрачный канал двухфотонного рассеяния. Графики зависимости коэффициентов отражения, прохождения по среднему,  $T_1$ , и нижнему,  $T_2$ , уровням, а также суммарной квантовой эффективности  $Q_{\text{эф}} = T_1 + 2T_2$  от параметра  $z$  (нормированного квадрата амплитуды СВЧ поля) для  $z = w$  приведены на рис.3. Отметим важную для практического применения особенность полученных результатов: уже при амплитудах поля, всего в два – три раза больших амплитуды абсолютной прозрачности канала однофотонного взаимодействия ( $z = 1$ ), большая часть электронов (около 90%) уходит по нижнему уровню. Интересно, что это условие

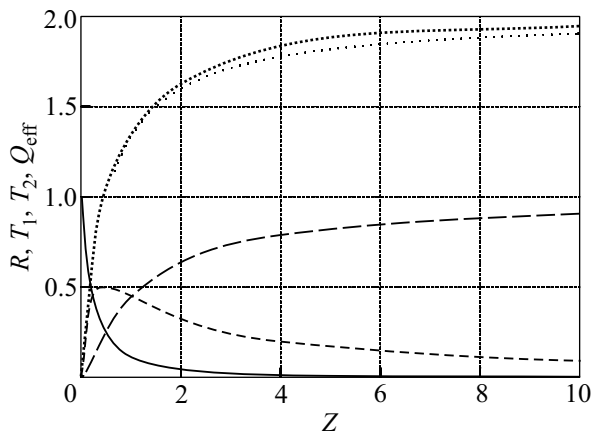


Рис.3. Зависимости коэффициентов отражения  $R$  (сплошная кривая) и прохождения, по среднему  $T_1$  (штриховая кривая) и нижнему  $T_2$  (штрих-пунктир) резонансным уровням, а также суммарной квантовой эффективности  $Q_{\text{eff}}$  (пунктир) от параметра  $z$  (нормированного квадрата амплитуды СВЧ поля)

обеспечивается достаточно слабым полем (изменение СВЧ потенциала на размерах структуры порядка ширины уровня).

Отметим еще одну крайне любопытную деталь: при  $0.5z < w < 2z$  характер зависимостей, приведенных на рис.3, существенно не меняется. Поэтому даже в условиях, когда структура в принципе не является абсолютно прозрачной ( $w > z$ ), число электронов, уходящих по нижнему уровню, может быть достаточно велико. Так, при  $w = 2z$  и  $z = 10$  от структуры отражается менее 15% падающих на центр верхнего резонансного уровня электронов, а по нижнему уровню уходит более 80%.

Еще одной очень интересной и важной для практического применения особенностью двухфотонного канала рассеяния оказывается слабая зависимость прозрачности структуры от амплитуды высокочастотного поля в области высоких коэффициентов прохождения. Можно предположить, что такие структуры будут требовать менее строгого согласования с резонатором, чем структуры с однофотонными переходами.

Таким образом, появляется довольно заманчивая перспектива создания структуры с баллистическим транспортом электронов и весьма большой квантовой эффективностью. Известно, что в случае переходов электронов с узкого резонансного уровня на широкий [8] квантовая эффективность однофотонного процесса может достигать 80%. Поэтому, если подобрать параметры рассматриваемой структуры так, чтобы средний и нижний резонансные уровни были заметно шире верхнего, то около 80% электронов, упавших на

верхний уровень, перейдет на средний, а затем, отдав еще один фотон, на нижний и покинет структуру. В пределе квантовая эффективность такого процесса может достигать 160%, а в полях по напряженности, всего в три раза превосходящих напряженность поля, обеспечивающую абсолютную прозрачность однофотонного канала рассеяния, приближаться к весьма заманчивой цифре в 150%.

**Заключение.** Для несимметричных трехбарьерных резонансно-туннельных структур с тонкими высокими барьерами найдено аналитическое решение уравнения Шредингера с открытыми граничными условиями по всем каналам рассеяния, описывающее резонансные переходы между двумя или тремя квантовыми уровнями в сильном высокочастотном электрическом поле. Обнаружено, что в определенных условиях большая часть электронов, падающих на верхний резонансный уровень трехуровневой структуры, может отдавать два фотона и уходить из структуры по нижнему уровню без промежуточного взаимодействия с фононами. Таким образом, двухфотонный канал рассеяния в трехбарьерных структурах может быть практически абсолютно прозрачным в широком диапазоне амплитуд высокочастотного поля (в пределе – абсолютно прозрачным), что принципиально отличает двухфотонный процесс рассеяния от рассмотренных ранее однофотонных. Квантовая эффективность такого процесса может вдвое превосходить максимальную квантовую эффективность переходов между соседними квантовыми уровнями и в пределе достигать 160%, а в полях по напряженности, всего в три раза превосходящих напряженность поля, обеспечивающую абсолютную прозрачность однофотонного канала рассеяния, приближаться к цифре в 150%.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект # 07-02-01121.

1. J. Faist, F. Capasso, and D. L. Sivco, *Science* **264**, 553 (1994).
2. S. Blaser, M. Rochat, M. Beck, and J. Faist, *Phys. Rev. B* **61**, 8369 (2000).
3. C. Gmachl, F. Capasso, D. L. Sivco, and A. Y. Cho, *Rep. Prog. Phys.* **64**, 1533 (2001), IOP Publishing Ltd.
4. Е. И. Голант, А. Б. Пашковский, А. С. Тагер, *Письма в ЖТФ* **20**, 74 (1994).
5. М. Ю. Сумецкий, М. Л. Фельштын, *Письма в ЖЭТФ* **53**, 24 (1991).
6. Е. И. Голант, А. Б. Пашковский, *Письма в ЖЭТФ* **63**, 559 (1996).

7. А. Гельвич, Е. И. Голант, И. В. Кузнецова, А. Б. Пашковский, Письма в ЖТФ **29**, 64 (2003).
8. Е. И. Голант, А. Б. Пашковский, ЖЭТФ **112**, 237 (1997).
9. Е. И. Голант, А. Б. Пашковский, Физика и техника полупроводников **36**, 330 (2002).
10. T. C. L. G. Sollner et al., Appl. Phys. Lett. **43**, 588 (1985).
11. E. R. Brown et al., Appl. Phys. Lett. **55**, 1777 (1989).
12. В. М. Галицкий, Б. М. Карнаков, В. И. Коган, *Задачи по квантовой механике*, М.: Наука, 1981, с. 150.
13. Е. И. Голант, А. Б. Пашковский, Письма в ЖЭТФ **67**, 372 (1998).
14. Е. И. Голант, А. Б. Пашковский, Теоретическая и математическая физика **120**, 332 (1999).
15. M. Butiker and R. Landauer, Phys. Rev. Letters **49**, 1739 (1982).
16. В. В. Вьюрков, В. И. Рыжий, ЖЭТФ **78**, 1158 (1980).
17. А. Б. Пашковский, ЖЭТФ **109**, 1779 (1996).