

# Низкотемпературный предел устойчивости когерентной прецессии спина в $^3\text{He-V}$

Е. В. Суровцев\*, И. А. Фомин\* $\diamond$

\* Институт физических проблем им. П.Л. Капицы РАН, 119334 Москва, Россия

$\diamond$  Московский физико-технический институт, 141700 Долгопрудный, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 2 июля 2009 г.

Показано, что неустойчивость однородной прецессии спина в объеме сверхтекучей фазы  $^3\text{He-V}$  вызвана совместным действием анизотропии скоростей спиновых волн и дипольного взаимодействия. В главном приближении по отношению леггеттовской частоты к ларморовской найдены инкременты нарастания амплитуд спиновых волн для всех возможных каналов распада. Определена величина максимального инкремента для всех углов отклонения спина от равновесной ориентации. Произведена оценка минимальной температуры, до которой прецессия устойчива.

PACS: 67.57.-z, 67.57.Lm

1. В сверхтекучей В-фазе  $^3\text{He}$ , в отличие от А-фазы, длинноволновые возмущения не разрушают пространственно однородную прецессию намагниченности. Прецессия устойчива по отношению к таким возмущениям, если начальный угол отклонения намагниченности  $\beta > \theta_0$ , где  $\theta_0 = \arccos(-1/4)$  и маргинально устойчива, если  $\beta \leq \theta_0$ . Тем не менее, при низких температурах однородная прецессия в обоих случаях быстро распадается. Такой распад наблюдался в экспериментах [1, 2] и был назван *катастрофической релаксацией*. В качестве возможной причины распада нами ранее был рассмотрен процесс параметрического возбуждения прецессирующей намагниченностью спиновых волн с конечными волновыми векторами [3]. Это явление известно в теории магнетиков как *суловская неустойчивость* [4]. Особенностью неустойчивости в  $^3\text{He-V}$  является то, что речь идет о прецессии с большими начальными углами отклонения намагниченности  $\beta \sim 100^\circ$ , а также то, что возможно возбуждение разных типов спиновых волн. В работе [3] была предложена схема, позволяющая учесть обе указанные особенности и найдены инкременты неустойчивости, связанные с возбуждением каждого из трех типов волн. Зависимость полученных нами инкрементов от магнитного поля не согласовывалась с экспериментально наблюдаемой [5]. Завышенными были и величины инкрементов. Отсутствие согласия с экспериментом было вызвано технической ошибкой, вследствие которой оказывалось, что неустойчивость прецессии может быть вызвана одной только анизотропией скоростей спиновых волн в  $^3\text{He-V}$ . Дальнейший анализ показал, что для обеспечения связи прецессии со спиновыми вол-

нами необходимо учесть также и дипольное взаимодействие. Оказалось также, что существенный вклад в неустойчивость вносят комбинированные резонансы, при которых одновременно возбуждаются спиновые волны, принадлежащие разным ветвям спектра.

В настоящей работе представлена исправленная версия теории параметрической неустойчивости однородной прецессии спина в  $^3\text{He-V}$ . При этом устраняется упомянутое выше расхождение с экспериментом. Произведено также сравнение с результатами работ [6, 7], в которых рассмотрен вклад границ в развитие параметрической неустойчивости.

2. Следуя схеме рассуждений работы [3], будем задавать ориентацию параметра порядка  $^3\text{He-V}$  – матрицы поворота  $R_{\xi i}$  эйлеровыми углами  $\alpha, \beta, \gamma$  (ось  $z$  ориентирована в направлении, противоположном магнитному полю  $\mathbf{H}_0$ ). Фактически, вместо угла  $\gamma$  удобно использовать сумму  $\Phi = \alpha + \gamma$ . Этим координатам канонически сопряжены комбинации проекций спина, соответственно  $P = S_z - S_\zeta, S_\beta, S_\zeta$ , где  $S_z$  – проекция спина на ось  $z$ ,  $S_\zeta$  – на ось  $\zeta = \hat{R}\hat{z}$  и  $S_\beta$  – проекция на линию узлов (см., например, [8]). Уравнения движения – гамильтоновы по отношению к указанным парам переменных с гамильтонианом

$$H = \frac{1}{1 + \cos \beta} \left\{ S_\zeta^2 + P S_\zeta + \frac{P^2}{2(1 - \cos \beta)} \right\} + \frac{1}{2} S_\beta^2 + F_\nabla - \omega_L (P + S_\zeta) + U_D(\alpha, \beta, \Phi). \quad (1)$$

Здесь  $\omega_L$  – ларморовская частота, соответствующая постоянному магнитному полю,  $F_\nabla$  – градиентная энергия,  $U_D(\alpha, \beta, \Phi)$  – дипольная энергия. Единицы выбраны так, чтобы магнитная восприимчивость

$^3\text{He-B}$  –  $\chi$  и гиромангнитное отношение для ядер  $^3\text{He}$  –  $g$  равнялись единице. При таком выборе спин имеет размерность частоты, а энергия – квадрата частоты. В стандартной постановке ЯМР экспериментов вдали от стенок ячейки прецессия спина происходит в так называемой *леггеттовской конфигурации*, когда “вектор орбитального момента”  $l_i = -R_{\xi_i} s_{\xi}$  [6] параллелен магнитному полю. В этом случае  $U_D(\alpha, \beta, \Phi)$  не зависит от угла  $\alpha$  и прецессия описывается решением уравнений спиновой динамики, не содержащим осциллирующих членов:

$$\begin{aligned} \alpha &= -\omega_p t + \alpha_0, \quad \gamma = \omega_p t + \Phi^{(0)} - \alpha_0, \\ P^{(0)} &= \omega_p (\cos \beta - 1), \quad S_{\beta}^{(0)} = 0, \quad S_z^{(0)} = \omega_p \cos \beta, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\omega_p$  – частота прецессии. При  $\beta > \theta_0$   $\Phi^{(0)} = 0$ , а при  $\beta < \theta_0$  –

$$\cos \Phi^{(0)} = \left( \frac{1}{2} - \cos \beta^{(0)} \right) / (1 + \cos \beta^{(0)}). \quad (3)$$

Явную зависимость решений (2) от времени можно исключить перейдя к переменной  $\psi = \alpha + \omega_p t$  с одновременным переходом к гамильтониану  $\hat{H} = H + \omega_p P$ , тогда  $\partial \psi / \partial t = 0$ . Чтобы найти спектр возбуждений на фоне прецессии следует линеаризовать уравнения движения по малым отклонениям переменных от решений (2), (3):  $\delta \psi(\mathbf{r}, t) = \psi - \psi^{(0)}$  и т.п. Для упрощения дальнейших выкладок удобно использовать в качестве переменных следующие комбинации указанных отклонений:

$$\begin{aligned} \nu &= \sin \beta \delta \psi, \quad \vartheta = \frac{\delta P + (1 - \cos \beta) \delta S_{\zeta}}{\omega_L \sin \beta}, \\ \varepsilon &= \delta \Phi - (1 - \cos \beta) \delta \psi, \quad \sigma = \delta S_{\zeta} / \omega_L, \\ \zeta &= \delta S_{\beta} / \omega_L, \quad \eta = -\delta \beta. \end{aligned} \quad (4)$$

Выражение для градиентной энергии  $^3\text{He-B}$  содержит два коэффициента, которые удобно записать как скорости двух типов спиновых волн  $c_{\parallel}$  и  $c_{\perp}$ . Единицы времени и длины в дальнейшем выбраны так, что  $\omega_L = 1$  и  $c_{\parallel} = 1$ . Без ограничения общности можно считать, что переменные изменяются только в направлениях  $z$  и  $y$ , тогда не зависящая от времени часть градиентной энергии имеет вид

$$\begin{aligned} F_{\nabla st} &= \\ &= \frac{1}{2} [(1-\mu)(\nu_{,y}^2 + \eta_{,y}^2) + \nu_{,z}^2 + \eta_{,z}^2 + \varepsilon_{,y}^2 + (1-2\mu)\varepsilon_{,z}^2], \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\mu = 1 - c_{\perp}^2 / c_{\parallel}^2$  – анизотропия скоростей спиновых волн. Параметр  $\mu$  будет считаться малым, фактически  $\mu \approx 1/4$  [9]. Кроме того,  $F_{\nabla}$  содержит также члены, осциллирующие с частотой прецессии:

$$\begin{aligned} F_{\nabla osc1} &= -\mu [(\eta_{,y} \varepsilon_{,z} + \eta_{,z} \varepsilon_{,y}) \cos \omega_p t + \\ &+ (\nu_{,y} \varepsilon_{,z} + \nu_{,z} \varepsilon_{,y}) \sin \omega_p t] \end{aligned} \quad (6)$$

и с удвоенной частотой прецессии

$$F_{\nabla osc2} = -\frac{\mu}{2} [(\eta_{,y}^2 - \nu_{,y}^2) \cos 2\omega_p t + 2\nu_{,y} \eta_{,y} \sin 2\omega_p t]. \quad (7)$$

В нулевом приближении по малому параметру  $\mu$  и в пренебрежении дипольной энергией уравнения для добавок имеют гамильтонов вид с гамильтонианом

$$h = \frac{1}{2} [(\vartheta + \eta)^2 + \zeta^2 + \sigma^2 + (\nabla \nu)^2 + (\nabla \eta)^2 + (\nabla \varepsilon)^2] \quad (8)$$

по отношению к парам канонически сопряженных переменных  $(\varepsilon, \sigma)$ ;  $(\nu, \vartheta)$ ;  $(\zeta, \eta)$ . В каждой из пар первая переменная – координата, вторая – импульс. Уравнения движения для пары  $(\varepsilon, \sigma)$  имеют вид

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \sigma, \quad \frac{\partial \sigma}{\partial t} = \Delta \varepsilon. \quad (9)$$

Их удобно записать в векторном виде:

$$\frac{d\mathbf{X}_1}{dt} = \hat{M}_1 \mathbf{X}_1. \quad (10)$$

Решения системы (9) имеют вид плоских волн  $\mathbf{e}_1^{\pm} \exp[i(\mathbf{k}\mathbf{r} \mp \omega_1 t)]$  с законом дисперсии

$$\omega_1 = k. \quad (11)$$

Здесь  $\mathbf{e}_1^{\pm}$  – правые собственные векторы матрицы  $\hat{M}_1$ , соответствующие собственным значениям  $\mp i\omega_1$ :

$$\mathbf{e}_1^{\pm} = \begin{pmatrix} 1 \\ \mp i\omega_1 \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Для проектирования нам понадобятся также левые собственные векторы той же матрицы  $\mathbf{f}_1^{\pm}$ , их можно отнормировать так, чтобы выполнялись условия

$$(\mathbf{f}_1^+, \mathbf{e}_1^+) = 1; \quad (\mathbf{f}_1^+, \mathbf{e}_1^-) = 0, \quad (13)$$

где скалярное произведение определено как

$$(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \sum_{n=1,2} a_n^* b_n. \quad (14)$$

В результате

$$\mathbf{f}_1^{\pm} = \frac{1}{2\omega_1} (\omega_1; \mp i). \quad (15)$$

Аналогично, для двух поперечных мод получаются следующие законы дисперсии:

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{4} + k^2} - \frac{1}{2}, \quad (16)$$

$$\omega_3 = \sqrt{\frac{1}{4} + k^2} + \frac{1}{2}. \quad (17)$$

При  $k \rightarrow 0$   $\omega_2 \sim k^2$ , то есть это – бесщелевая мода, возникающая из-за вырождения прецессии по ее фазе  $\alpha_0$ . Другая – нутационная мода – имеет при  $k \rightarrow 0$  щель  $\omega_3 = \omega_L$ . Частотам  $\pm\omega_2$  в координатах  $\psi, \vartheta, \eta, \zeta$  соответствуют правые собственные векторы

$$\mathbf{e}_2^\pm = \begin{pmatrix} 1 \\ \mp i\omega_3 \\ \pm i \\ \omega_2 \end{pmatrix}, \quad (18)$$

а частотам  $\pm\omega_3$ :

$$\mathbf{e}_3^\pm = \begin{pmatrix} 1 \\ \mp i\omega_2 \\ \mp i \\ -\omega_3 \end{pmatrix}. \quad (19)$$

И соответственно – левые собственные векторы

$$\mathbf{f}_2^\pm = \frac{1}{2\omega_{23}} (\omega_3; \mp i; \pm i\omega_2; 1) \quad (20)$$

и

$$\mathbf{f}_3^\pm = -\frac{1}{2\omega_{23}} (-\omega_2; \pm i; \pm i\omega_3; 1), \quad (21)$$

где  $\omega_{23} = \omega_2 + \omega_3$ .

**3.** Зависящие от времени поправки к гамильтониану (8) могут приводить к рождению и взаимным превращениям возбуждений. При  $l \parallel \mathbf{H}_0$  дипольная энергия не содержит нестационарных членов, а градиентная энергия в первом приближении по  $\mu$  содержит осциллирующие члены (6), (7). С учетом осциллирующих членов уравнения движения для добавок  $\varepsilon, \sigma, \nu, \vartheta, \zeta, \eta$ , объединенных в один шестикомпонентный вектор-столбец  $\mathbf{X}$ , можно записать в виде

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = (\hat{M}_0 + \hat{V}(t)) \mathbf{X}, \quad (22)$$

где в матрицу  $\hat{V}(t)$  собраны все зависящие от времени члены. Сумма добавок (6) и (7) дает  $\hat{V}(t) = \sum_{n=1,2} [\hat{W}_n \exp(-in\omega_p t) + \hat{W}_n^* \exp(in\omega_p t)]$ . Следуя процедуре нестационарной теории возмущений, будем искать решение системы (22) в виде разложения по собственным векторам матрицы  $\hat{M}_0$

$$\mathbf{X}(\mathbf{r}, t) = \sum_{j, \mathbf{k}} \{ a_{j\mathbf{k}}^+(t) \mathbf{e}_{j\mathbf{k}}^+ \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega_j t) + a_{j\mathbf{k}}^-(t) \mathbf{e}_{j\mathbf{k}}^- \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r} + i\omega_j t) \}. \quad (23)$$

Собственными векторами  $\mathbf{e}_{j\mathbf{k}}^\pm$  являются приведенные выше  $\mathbf{e}_1^\pm, \mathbf{e}_2^\pm, \mathbf{e}_3^\pm$ , дополненные нулями до шести компонент. Подстановка (23) в (22) и разделение уравнений по  $\mathbf{k}$  дает:

$$\begin{aligned} \sum_j \{ \dot{a}_{j\mathbf{k}}^+ \mathbf{e}_{j\mathbf{k}}^+ \exp(-i\omega_j t) + \dot{a}_{j\mathbf{k}}^- \mathbf{e}_{j\mathbf{k}}^- \exp(i\omega_j t) \} = \\ = \sum_{j,n} (\hat{W}_n \exp(-in\omega_p t) + \hat{W}_n^* \exp(in\omega_p t)) \times \\ \times \{ a_{j\mathbf{k}}^+ \mathbf{e}_{j\mathbf{k}}^+ \exp(-i\omega_j t) + a_{j\mathbf{k}}^- \mathbf{e}_{j\mathbf{k}}^- \exp(i\omega_j t) \}. \end{aligned} \quad (24)$$

Умножая теперь обе части уравнения (24) на  $\mathbf{f}_l^+ \exp(i\omega_l t)$  и опуская общий для всех членов равенства индекс  $\mathbf{k}$ , имеем:

$$\begin{aligned} \dot{a}_l^+ = \sum_{j,n} \{ a_j^- (\mathbf{f}_l^+, \hat{W}_n \mathbf{e}_j^-) \exp[i(\omega_l + \omega_j - n\omega_p)t] + \\ + a_j^+ (\mathbf{f}_l^+, \hat{W}_n^* \mathbf{e}_j^+) \exp[i(\omega_l - \omega_j + n\omega_p)t] \}. \end{aligned} \quad (25)$$

По смыслу процедуры предполагается, что коэффициенты  $a_{j\mathbf{k}}^\pm$  мало изменяются за время  $\sim 1/\omega_p$ . Усреднение уравнения (25) показывает, что нетривиальные соотношения между разными  $a_{j\mathbf{k}}^\pm$  могут возникать только вблизи резонансов:  $\omega_j(\mathbf{k}) - \omega_l(\mathbf{k}) = n\omega_p$  и  $\omega_l(\mathbf{k}) + \omega_j(-\mathbf{k}) = n\omega_p$ . Рождению квазичастиц из "вакуума" соответствует второй резонанс. В соответствии с равенством  $\omega_j(\mathbf{k}) = \omega_j(-\mathbf{k})$  изменен знак одного из импульсов. В дальнейшем мы будем предполагать, что резонансное соотношение выполняется точно, при этом получается максимальный инкремент развития неустойчивости. Если при заданном  $\mathbf{k}$  резонансное условие выполняется только для двух состояний  $l$  и  $j$ , то

$$\dot{a}_l^+ = (\mathbf{f}_l^+, \hat{W} \mathbf{e}_j^-) a_j^-. \quad (26)$$

Аналогичные рассуждения дают для  $a_j^-$ :

$$\dot{a}_j^- = (\mathbf{f}_j^-, \hat{W}^* \mathbf{e}_l^+) a_l^+. \quad (27)$$

Система уравнений (26), (27) имеет решения  $\sim \exp(\pm\lambda t)$ , где  $\lambda$  определяется согласно  $\lambda^2 = (\mathbf{f}_j^+, \hat{W} \mathbf{e}_l^-) (\mathbf{f}_l^+, \hat{W} \mathbf{e}_j^-)^*$ . Тем самым задача об определении инкремента неустойчивости свелась к вычислению элементов матрицы  $(\mathbf{f}_j^+, \hat{W} \mathbf{e}_l^-)$  между состояниями, удовлетворяющими условию резонанса. В частности, если  $l = j$ , то  $2\omega_l(\mathbf{k}) = n\omega_p$  и  $\lambda^2 = |(\mathbf{f}_j^+, \hat{W} \mathbf{e}_l^-)|^2$ . Это – простейший случай параметрического резонанса [10]. Явные выражения для  $\hat{W}_1$  и  $\hat{W}_2$  находятся с помощью равенств (6) и (7). В матрице  $\hat{W}_1$  отличны от нуля четыре элемента:  $(\hat{W}_1)_{\sigma\nu} = (\hat{W}_1)_{\vartheta\varepsilon} = i\mu k_y k_z$  и  $(\hat{W}_1)_{\sigma\eta} = (\hat{W}_1)_{\zeta\varepsilon} = \mu k_y k_z$ , а в матрице  $\hat{W}_2$  – четыре

других элемента:  $(\hat{W}_2)_{\theta\nu} = -(\hat{W}_2)_{\zeta\eta} = \mu k_y^2/2$  и  $(\hat{W}_2)_{\theta\eta} = (\hat{W}_2)_{\zeta\nu} = i\mu k_y^2/2$ . Здесь  $k_y, k_z$  – компоненты волнового вектора, для которого выполняется условие резонанса. Непосредственной проверкой можно убедиться, что матричный элемент  $(\mathbf{f}_j^+, \hat{W}_1 \mathbf{e}_l^-)$  отличен от нуля только при  $j = 1, l = 3$ . Условие резонанса  $\omega_1(\mathbf{k}) + \omega_3(-\mathbf{k}) = \omega_L$  удовлетворяется только при  $k = 0$ , но при таком значении  $k$  матричный элемент обращается в нуль из-за множителя  $k_y k_z$ . В матрице  $(\mathbf{f}_j^+, \hat{W}_2 \mathbf{e}_l^-)$  ненулевое значение имеет элемент, соответствующий  $j = l = 3$ . В этом случае резонансное условие  $\omega_3(\mathbf{k}) + \omega_3(-\mathbf{k}) = 2\omega_L$  также выполняется только при  $k = 0$ , и соответствующий матричный элемент равен нулю из-за множителя  $k_y^2$ . Таким образом, если пренебречь дипольной энергией, то анизотропия скоростей спиновых волн не приводит к связи прецессии со спиновыми волнами.

4. Для учета дипольной энергии в правую часть линейаризованного уравнения (22) к матрице  $\hat{M}_0$  следует добавить матрицу момента дипольных сил  $\hat{N}_D$  и заново найти энергии возбуждений и соответствующие им собственные векторы. Добавленные в уравнение (22) члены малы по сравнению с элементами матрицы  $\hat{M}_0$  в меру отношения  $(\Omega_B/\omega_L)^2$ , которое для типичных условий  $\sim 10^{-1} - 10^{-2}$ . В первом приближении по указанному параметру элементы матрицы  $(\mathbf{f}_j^+, \hat{W}_n \mathbf{e}_l^-)$  даются выражением

$$\begin{aligned} & (\mathbf{f}_j^+, \hat{W}_n \mathbf{e}_l^-) = \\ & = i \sum_{m \neq j+} \frac{1}{\omega_{j+} - \omega_m} (\mathbf{f}_j^+, \hat{N}_D \mathbf{e}_m) (\mathbf{f}_m, \hat{W}_n \mathbf{e}_l^-) + \\ & + i \sum_{m \neq l-} \frac{1}{\omega_{l-} - \omega_m} (\mathbf{f}_j^+, \hat{W}_n \mathbf{e}_m) (\mathbf{f}_m, \hat{N}_D \mathbf{e}_l^-). \end{aligned} \quad (28)$$

Ненулевые матричные элементы получаются для следующих резонансов:

$$\omega_1(k) + \omega_1(-k) = \omega_p, \quad k = 1/2, \quad \beta \leq \theta_0, \quad (29)$$

$$\omega_1(k) + \omega_2(-k) = \omega_p, \quad k = 2/3, \quad (30)$$

$$\omega_1(k) + \omega_3(-k) = 2\omega_p, \quad k = 2/3, \quad (31)$$

$$\omega_2(k) + \omega_3(-k) = 2\omega_p, \quad k = \sqrt{3}/2. \quad (32)$$

Соответствующие им инкременты имеют порядок  $\mu \Omega_B^2/\omega_L$ . Для  $k=1/2$

$$\begin{aligned} & \lambda_{(11)} = \\ & = \begin{cases} \mu \sin(2\delta) \frac{\sqrt{(1 - \cos(\beta))(1 + 4 \cos(\beta))}}{5} \frac{\Omega_B^2}{\omega_L}, & \beta \leq \theta_0 \\ 0 & \beta > \theta_0 \end{cases}, \end{aligned} \quad (33)$$

где  $\delta$  – угол между направлением волнового вектора  $\mathbf{k}$  и направлением магнитного поля. При  $k=2/3$  имеются два резонанса, и для нахождения инкремента надо рассматривать систему уравнений для трех амплитуд. В этом случае инкремент определяется выражением

$$\lambda_{(12,13)} = \sqrt{\lambda_{(12)}^2 + \lambda_{(13)}^2}, \quad (34)$$

где

$$\begin{aligned} & \lambda_{(12)} = \\ & = \begin{cases} \mu \sin(2\delta) \frac{\sqrt{10}(1 - \cos(\beta))}{25} \frac{\Omega_B^2}{\omega_L}, & \beta \leq \theta_0 \\ \mu \sin(2\delta) \frac{|4 \cos^2(\beta) + 31 \cos(\beta) + 15|}{15\sqrt{10}} \frac{\Omega_B^2}{\omega_L}, & \beta > \theta_0 \end{cases}, \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} & \lambda_{(13)} = \\ & = \begin{cases} \mu \sin^2(\delta) \frac{\sqrt{10}\sqrt{(1 - \cos(\beta))(1 + 4 \cos(\beta))}}{25} \frac{\Omega_B^2}{\omega_L}, & \beta \leq \theta_0 \\ -\mu \sin^2(\delta) \frac{\sqrt{10} \sin(\beta)(1 + 4 \cos(\beta))}{225} \frac{\Omega_B^2}{\omega_L}, & \beta > \theta_0 \end{cases}. \end{aligned} \quad (36)$$

Резонансу при  $k = \sqrt{3}/2$  соответствует инкремент

$$\begin{aligned} & \lambda_{(23)} = \\ & = \begin{cases} \mu \sin^2(\delta) \frac{3(1 - \cos(\beta))}{20} \frac{\Omega_B^2}{\omega_L}, & \beta \leq \theta_0 \\ \mu \sin^2(\delta) \frac{|4 \cos^2(\beta) + 31 \cos(\beta) + 15|}{40} \frac{\Omega_B^2}{\omega_L}, & \beta > \theta_0 \end{cases}. \end{aligned} \quad (37)$$

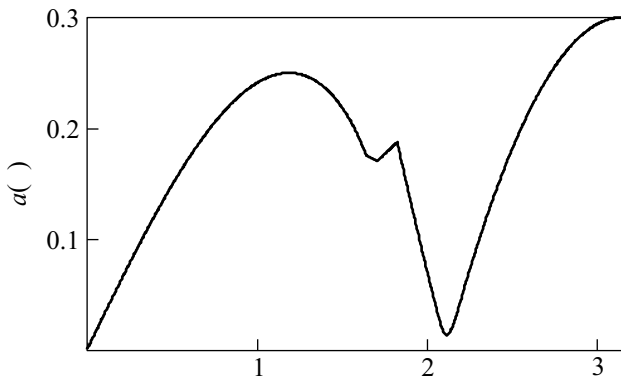
При каждом значении  $\beta$  имеется максимальный инкремент, который можно записать как

$$\lambda_{\max}(\beta) = a(\beta) \mu \frac{\Omega_B^2}{\omega_L}. \quad (38)$$

Зависимость коэффициента  $a$  от угла отклонения намагниченности представлена на рисунке.

При конечных температурах следует учитывать затухание спиновых волн. Неустойчивость наступает, если инкремент нарастания волн, удовлетворяющих резонансному условию, превышает декремент их затухания. Для оценки температуры катастрофической релаксации  $T_{\text{cat}}$  будем, как и раньше [3], считать, что основным механизмом диссипации является спиновая диффузия. Минимальная температура, до которой прецессия все еще устойчива, находится тогда из уравнения

$$\frac{D(T)k^2}{2} = \lambda_{\max}, \quad (39)$$



Зависимость коэффициента  $a$  в формуле (38) от угла отклонения намагниченности  $\beta$

где  $D(T)$  – коэффициент спиновой диффузии. При температурах  $T \leq 0.4T_c$ , о которых идет речь, инкремент слабо зависит от температуры и можно пользоваться его значением при  $T = 0$ . Левая часть уравнения (39) сильно зависит от температуры из-за спиновой диффузии, которая при  $T \rightarrow 0$  ведет себя как  $D(T) \sim \sqrt{T/\Delta} \exp(-\Delta/T)$ .

Найденные инкременты обусловлены связью прецессии со спиновыми волнами в объеме гелия. В работах [6, 7] был найден инкремент, возникающий вследствие усиления этой связи вблизи стенок. Из-за граничных условий на стенке прецессия происходит в конфигурации, отличной от леггеттовской, и осциллирующие члены в дипольной энергии возникают без посредства анизотропии градиентной энергии. При этом локальная связь вблизи границы оказывается по порядку величины в  $1/\mu$  раз большей, чем полученная здесь для объема гелия. В работах [6, 7] представлен результат вычислений инкремента нарастания и  $T_{\text{cat}}$  для угла  $\beta = 90^\circ$ . Оценка объемного вклада в инкремент по полученным выше формулам для тех же условий дает примерно такое же значение, что и поверхностный вклад. Разделить поверхностный и объемный вклады по их зависимости от величины магнитного поля не удастся, поскольку оба вклада пропорциональны  $\Omega_B^2/\omega_L$ . Следует иметь в виду, однако, что поверхностный вклад в инкремент зависит от отношения объема пристеночной области к полному объему гелия. Для углов  $\beta < 104^\circ$  отсутствует характерная длина, на которую проникает возмущающее влияние стенок на прецессию и приграничная область составляет существенную часть объема. В более интересной для эксперимента области  $\beta > 104^\circ$  частота прецессии  $\omega_p$  отличается от ларморовской и влияние стенок ограничено “длиной когерентности”  $\xi = c_\perp/\sqrt{\omega_p(\omega_p - \omega_L)}$  [11, 12]. Боль-

шая часть данных о катастрофической релаксации получена в экспериментах с однородно прецессирующим доменом. При этом намагниченность когерентно прецессирует с углами отклонения, чуть большими, чем  $\theta_0 \approx 104^\circ$ . Для типичных условий в большей части прецессирующего домена  $\xi \sim 10^{-2}$  см и пристеночная область составляет малую часть прецессирующего объема. Инкремент в этих условиях определяется объемным резонансом  $\omega_2(k) + \omega_3(-k) = 2\omega_p$ . Экспериментальные данные о коэффициенте диффузии [13] относятся к температурам  $T > 0, 4T_c$ . В экспериментах [1] при давлении  $P \simeq 20$  бар и магнитном поле  $H \simeq 142 \text{ Э}$   $T_{\text{cat}} \simeq 0.42T_c$ . Подставляя в формулу (39) значение коэффициента диффузии при этой температуре  $D = 0.04 \text{ см}^2/\text{с}$  и значения других параметров  $\Omega = 2\pi \cdot 250 \text{ кГц}$ ,  $c_\parallel = 1.6 \cdot 10^3 \text{ см/с}$ ,  $\mu = 1/4$ , получаем для левой части уравнения (39) значение  $5 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$ , а для правой –  $4 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$ . Учитывая, что параметры  $\mu$  и  $\Omega_B^2/\omega_L^2$  не столь уж малы, полученное для этого примера согласие следует считать вполне удовлетворительным.

5. Таким образом, суловская неустойчивость ограничивает снизу по температуре область, в которой возможна реализация когерентной прецессии в  $^3\text{He}-B$ . Найденный здесь низкотемпературный предел устойчивости прецессии обусловлен взаимодействием прецессии со спиновыми волнами в объеме гелия.

Понижения предельной температуры можно достичь путем использования более сильных магнитных полей, как это было показано в экспериментах [5]. Такой характер зависимости  $T_{\text{cat}}$  от магнитного поля согласуется с формулой (39). С ростом поля, с одной стороны, уменьшается инкремент неустойчивости, а с другой – увеличивается затухание спиновых волн, однако из-за экспоненциальной зависимости коэффициента спиновой диффузии от температуры влияние магнитного поля на  $T_{\text{cat}}$  ослабевает по мере понижения этой температуры. Детальное сравнение с результатами [5] будет проведено в более подробной публикации.

Мы благодарны В.В. Дмитриеву за полезные обсуждения. Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты # 07-02-00214-а и # 09-02-12131-офи-м), и Министерства Науки и Образования РФ.

1. Yu. M. Bunkov, V. V. Dmitriev, Yu. M. Mukharsky et al., *Europhysics Lett.* **8**, 645 (1989).
2. Yu. M. Bunkov, V. V. Dmitriev, J. Nyeki et al., *Physica B* **165**, 675 (1990).

3. Е. В. Суровцев, И. А. Фомин, Письма в ЖЭТФ **83**, 479 (2006).
4. H. Suhl, J. Phys. Chem. Solids, **1**, 209 (1957).
5. D. A. Geller and D. M. Lee, Phys. Rev. Lett. **85**, 1032 (2000).
6. Yu. M. Bunkov, V. S. Lvov, and G. E. Volovik, Pis'ma v ZhETF **83**, 624 (2006).
7. Yu. M. Bunkov, V. S. Lvov, and G. E. Volovik, Pis'ma v ZhETF **84**, 349 (2006).
8. И. А. Фомин, ЖЭТФ **84**, 2109 (1983).
9. Ю. М. Буньков, В. В. Дмитриев, Ю. М. Мухарский, Письма в ЖЭТФ **43**, 131 (1986).
10. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Механика*, М.: Наука, 1988, § 27.
11. И. А. Фомин, ЖЭТФ **94**, 112 (1988).
12. Yu. M. Bunkov, O. D. Timofeevskaya, and G. E. Volovik, Phys. Rev. Lett. **73**, 1817 (1994).
13. Yu. M. Bunkov, V. V. Dmitriev, A. V. Markelov et al., Phys. Rev. Lett. **65**, 867 (1990).