

## Электрические свойства двухслойных гетероструктур в сильном магнитном поле

Н. Д. Гук, С. В. Иорданский

Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау РАН,  
142432 Черноголовка, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 15 апреля 2010 г.

Рассмотрены электрические свойства двухслойных гетероструктур в сильном магнитном поле при низких температурах. Показано, что при параллельных электрических полях в каждом слое и омическая, и холловская проводимости стремятся к нулю экспоненциально, что связано с образованием нейтральных пар. При антипараллельном включении холловская проводимость по-прежнему определяется энергией активации заряженных возбуждением электронов с экспоненциальным падением, однако омическая проводимость падает гораздо медленнее, пропорционально квадрату температуры.

Двухслойные гетероструктуры являются объектом многочисленных экспериментальных и теоретических исследований [1]. Было выяснено, что свойства таких структур могут существенно меняться в зависимости от расстояния между слоями. В частности, при достаточно малых расстояниях между слоями, в сильном магнитном поле наблюдается целочисленный квантовый эффект Холла для полной электронной плотности, соответствующей целому заполнению уровней Ландау (УЛ), что свидетельствует об интенсивном взаимодействии электронов в разных слоях и имитирует поведение электронов в одном слое.

Недавно было проведено измерение проводимости, как холловской, так и омической, в специально сконструированных двухслойных гетероструктурах с достаточно большим энергетическим барьером между слоями, так что число переходов электронов из слоя в слой исчезающе мало [2, 3] и поперечными токами можно пренебречь. Определенная экспериментально, холловская проводимость в сильном магнитном поле при полном заполнении УЛ электронами в обоих слоях, оказалась стремящейся к нулю при низких температурах.

Теоретические модели двухслойных гетероструктур были развиты довольно давно [4, 5] и используют предположение об интенсивных переходах электронов из слоя в слой в модели “изоспинового” ферромагнетика, где предполагается, что индекс слоя, принимающий два значения, подобен спину. При сильном перекрытии волновых функций электронов в разных слоях возникает обменное взаимодействие, и энергия электронов не зависит от индекса слоя в основном приближении. Только учет слабых анизотропных поправок в кулоновской энергии (отталкивание электронов в одном слое больше, чем отталкивание

электронов из разных слоев) в первом порядке теории возмущений делает предпочтительным состояние с изоспином  $\langle S_z \rangle = 0$  с одинаковым средним числом электронов  $\nu = \frac{1}{2}\nu_L$  в каждом слое. Таким образом, модель “изоспинового” ферромагнетика не вполне адекватна экспериментальной ситуации в [2, 3] с пренебрежением малыми флуктуациями количества электронов в каждом слое.

В настоящей заметке будет развита теоретическая модель в отсутствие переходов из слоя в слой с одинаковым заполнением слоев по  $\frac{1}{2}$  состояний УЛ в сильном магнитном поле. Обычно принято считать, что модель изоспинового ферромагнетика полностью эквивалентна модели экситонного диэлектрика. Однако реального сравнения этих моделей не производилось. Основной целью настоящей работы является вычисление проводимости в модели со строгим сохранением числа электронов в каждом слое, соответствующем наполовину заполненному уровню Ландау в каждом из слоев, в пределе сильного магнитного поля и низких температур.

Исходный гамильтониан имеет стандартный вид:

$$H = \frac{1}{2m} \sum_k \int \Psi_k^+ (-i\nabla + \frac{e}{c\hbar} \mathbf{A})^2 \Psi_k d^2r + \frac{1}{2} \sum_k \int V(\mathbf{r}-\mathbf{r}') \Psi_k^+(\mathbf{r}) \Psi_k^+(\mathbf{r}') \Psi_k(\mathbf{r}') \Psi_k(\mathbf{r}) d^2r d^2r' + \int V_{12}(\mathbf{r}-\mathbf{r}') \Psi_1^+(\mathbf{r}) \Psi_2^+(\mathbf{r}') \Psi_2(\mathbf{r}') \Psi_1(\mathbf{r}) d^2r d^2r', \quad (1)$$

где индекс  $k$  соответствует слоям 1 и 2. Мы опустили член с компенсирующим зарядом.

Будем считать, что состояния нулевого УЛ являются достаточным базисом в каждом из слоев, так что член с кинетической энергией дает постоянный вклад, который мы будем опускать в дальнейшем.

Кроме того, рассмотрена упрощенная модель, в которой расстояние между слоями  $d$  много меньше магнитной длины  $l_B^2 = c\hbar/eB$  ( $B$  – внешнее магнитное поле), причем толщину самих слоев  $l$  будем также считать малой,  $l_B \gg d \gg l$ .

Кулоновская энергия межэлектронного взаимодействия между слоями имеет вид  $V_{12}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = e^2/\sqrt{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')^2 + d^2}$  и отличается от внутрислойного взаимодействия  $V(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ , где  $d = 0$ .

Состояние с половинным заполнением удобно представлять как произошедшее из “вакуумного” состояния, в качестве которого можно выбрать полностью заполненный слой 1 с помощью операторов уничтожения  $\Psi_1$  (дырки) в слое 1 и операторов рождения  $\Psi_2^+$  (электроны) в слое 2.

Гамильтониан можно записать в виде

$$\begin{aligned} H \approx & \frac{1}{2} \int V(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \Psi_1(\mathbf{r}) \Psi_1(\mathbf{r}') \Psi_1^+(\mathbf{r}') \Psi_1^+(\mathbf{r}) d^2 r d^2 r' + \\ & + \frac{1}{2} \int V(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \Psi_2^+(\mathbf{r}) \Psi_2^+(\mathbf{r}') \Psi_2(\mathbf{r}') \Psi_2(\mathbf{r}) d^2 r d^2 r' - \\ & - \int V(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \Psi_1(\mathbf{r}) \Psi_2^+(\mathbf{r}') \Psi_2(\mathbf{r}') \Psi_1^+(\mathbf{r}) d^2 r d^2 r' + \\ & + \int \frac{e^2 d^2}{2|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \Psi_1(\mathbf{r}) \Psi_2^+(\mathbf{r}') \Psi_2(\mathbf{r}') \Psi_1^+(\mathbf{r}) d^2 r d^2 r'. \quad (2) \end{aligned}$$

Мы произвели разложение по  $d$  во взаимодействии между слоями. Легко видеть, что первые три члена дают энергию однослойной системы. Часть электронов переименована индексами слоев. Очевидно, что наименьшая энергия достигается, когда электроны займут места дырок, и мы получим энергию заполненного нулевого УЛ. При смещении электронов относительно дырок кулоновская энергия будет возрастать. Такая система была рассмотрена в [6] и имеет свойства, близкие к идеальному газу экситонов. Аналогичной системой является система спиновых экситонов. Энергия такого изолированного экситона вычислена в работе [7] и равна

$$E_{ex}(p) = \frac{e^2}{l_B} \sqrt{\frac{\pi}{2}} (1 - e^{-\frac{p^2}{4}} I_0(\frac{p^2}{4})), \quad (3)$$

где  $I_0$  – функция Бесселя от чисто мнимого аргумента. Таким образом, при малых импульсах

$$E_{ex}(p) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{e^2}{l_B} \frac{p^2}{4}. \quad (4)$$

Энергия разорванных экситонов (активированные заряженные возбуждения) соответствует  $p \rightarrow \infty$ :

$$E_{ac} = \frac{e^2}{l_B} \sqrt{\frac{\pi}{2}}, \quad (5)$$

где  $p$  является импульсом экситонов в единицах  $\hbar/l_B$ .

Последний член в (2) дает взаимодействие экситонов и имеет сингулярность при  $\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}'$ . Эта сингулярность малосущественна, так как взаимодействие носит отталкивательный характер и волновая функция будет экспоненциально зануляться. Кроме того, использование базиса только волновых функций нулевого УЛ делает невозможным корректное рассмотрение расстояний, меньших  $l_B$ . Не вдаваясь в подробности, можно аппроксимировать член взаимодействия в гамильтониане (2) приближением амплитуды рассеяния, используемой при описании слабо неидеального бозе-газа [9], полагая

$$H_{int} = \int \frac{e^2}{l_B^3} d^2 \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \Psi_2^+(\mathbf{r}) \Psi_1(\mathbf{r}') \Psi_1^+(\mathbf{r}') \Psi_2(\mathbf{r}) d^2 r d^2 r', \quad (6)$$

где предполагается, что расстояния измеряются в единицах магнитной длины.

Чтобы получить эффективный гамильтониан с парным взаимодействием, рассмотрим задачу о двух экситонах. Операторы рождения–уничтожения экситона известны [6, 8]:

$$S^+(\mathbf{q}) = \frac{1}{\sqrt{N_0}} \sum_p e^{iq_x p} t^+_{p - \frac{q_y}{2}} b_{p + \frac{q_y}{2}}, \quad (7)$$

где  $N_0 = A/2\pi l_B^2$  ( $A$  – площадь образца),  $b^+$ ,  $b$  – операторы вторичного квантования в слое 1,  $t^+$ ,  $t$  в слое 2; используется базис УЛ, например,  $\Psi_1(r) = \sum_p t_p e^{ip_y} \Phi_0(x + p)$ , где  $\Phi_0$  – нормированные гауссовы экспоненты нулевого УЛ.

Гамильтониан (2) имеет вид

$$H = H_0 + H_{int},$$

где  $H_0$  соответствует “однослойному” приближению. Для получения гамильтониана  $H_{int}$  необходимо подставить разложение операторов вторичного квантования по функциям нулевого УЛ и выполнить интегрирование по  $r, r'$ , что дает

$$\begin{aligned} H_{int} = & - \sum_{q, p_1, p_2} V_{int}(\mathbf{q}) e^{-\frac{q^2}{2}} \times \\ & \times \frac{(\Delta q)^2}{(2\pi)^2} t^+_{p_1 + \frac{q_y}{2}} b_{p_2 + \frac{q_y}{2}} t_{p_1 - \frac{q_y}{2}} b^+_{p_2 - \frac{q_y}{2}}, \quad (8) \end{aligned}$$

где  $V_{int}(\mathbf{q})$  – фурье-образ потенциала взаимодействия,  $(\Delta q)^2/(2\pi)^2 = 1/A$ .

Для определения эффективного парного взаимодействия необходимо найти коммутатор  $[H_{int}, S^+(\mathbf{k}_1) S^+(-\mathbf{k}_1)]$ , так как  $H_{int}|0\rangle = 0$  (энергия отсчитывается от энергии низшего состояния).

Гамильтониан сохраняет полный импульс и число экситонов, так как нет переходов из слоя в слой. При коммутации с  $H_{\text{int}}$  возникают члены, сохраняющие исходные экситоны, которые дают малосущественную поправку к энергии каждого экситона из-за малости  $d^2/l_B^2$ . Существенны члены, содержащие коммутации  $b_{p_2 - \frac{q_y}{2}}^+$  и  $t_{p_1 - \frac{q_y}{2}}$  с различными экситонными операторами, которые приводят к возникновению новых экситонов с тем же суммарным импульсом. Коммутацию нетрудно выполнить с результатом

$$H_{\text{int}} S^+(\mathbf{k}_1) S^+(-\mathbf{k}_1) |0\rangle = \sum_{\mathbf{q}} V_{\text{int}}(\mathbf{q}) (e^{-\frac{q^2}{2}}) \frac{(\Delta q)^2}{(2\pi)^2} S^+(\mathbf{k}_1 + \mathbf{q}) S^+(-\mathbf{k}_1 - \mathbf{q}). \quad (9)$$

Существенно, что взаимодействие экситонов мало по сравнению с флуктуациями энергии экситонов  $\sim e^2/l_B$  в гипотетическом кристалле, где положения экситонов определяются соотношениями неопределенности  $\Delta p \Delta l \sim 1$ . При этом  $\Delta p$  порядка обратного межэкситонного расстояния  $\Delta l \sim 1$  при заполнении  $1/2$ . Это приводит к невозможности образования кристалла, так как энергия взаимодействия экситонов меньше флуктуаций кинетической энергии, и в основном состоянии мы должны минимизировать кинетическую энергию, а не взаимодействие, как это имеет место в обычных кристаллах. Экситонные операторы при малых импульсах удовлетворяют бозевским соотношениям коммутации, что означает образование конденсата экситонов на  $p = 0$  при температуре равной нулю. Конечная температура размывает конденсат, однако, как показано в работах Березинского [10] и Костерлица-Таулеса [11], отличие от слабонеидеального двумерного бозе-газа невелико при низких температурах, и можно пользоваться соответствующими формулами для возбуждений, заменяя плотность конденсата  $n_0$  на сверхтекучую плотность  $\rho_s$ , приблизительно равную плотности экситонов ( $\rho_s \approx \frac{1}{2} \frac{1}{2\pi l_B^2}$ ).

Легко видеть, что действие оператора  $H_{\text{int}}$  в (9) эквивалентно уничтожению экситонов  $S(\mathbf{k}_1) S(-\mathbf{k}_1)$  и рождению экситонов  $S^+(\mathbf{k}_1 + \mathbf{q}) S^+(-\mathbf{k}_1 - \mathbf{q})$ . Удобно перейти к стандартным обозначениям в теории слабонеидеального бозе-газа и записать полный гамильтониан в виде

$$H = \sum_p \frac{p^2}{2m} a_p^+ a_p + \frac{U_0}{2A} \sum_{p_1 + p_2 = p_1 + p_2} a_{p_1}^+ a_{p_2}^+ a_{p_1} a_{p_2},$$

где  $A$  – площадь образца в единицах  $l_B^2$ ,

$$\frac{1}{2m} = \frac{e^2}{l_B} \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{l_B^2}{\hbar^2},$$

$$U_0 = \frac{2e^2 d^2}{l_B l_B^2},$$

$a_p^+$ ,  $a_p$  – операторы рождения и уничтожения экситонов с импульсом  $\mathbf{p}$ . Выделяя конденсат и связывая его с полным числом экситонов, этот гамильтониан может быть преобразован к стандартному боголюбовскому виду [9]:

$$H^0 = \sum_p \frac{p^2}{2m} a_p^+ a_p + \frac{U_0 N}{2A} \sum_{p \neq 0} (2a_p^+ a_p + a_p a_{-p} + a_p^+ a_{-p}^+), \quad (10)$$

$N/A = \rho_s = 1/4\pi$ . Квадратичная форма (10) может быть диагонализирована преобразованием Боголюбова:

$$\begin{aligned} a_p &= u_p b_p + v_p b_{-p}^+, \\ a_p^+ &= u_p b_p^+ + v_p b_{-p}, \\ u_p &= \frac{1}{\sqrt{1 - L_p^2}} \quad v_p = \frac{L_p}{\sqrt{1 - L_p^2}} \quad L_p = \frac{\epsilon(p) - p^2}{mu^2} - 1, \end{aligned}$$

где  $\epsilon(p)$  – энергия возбуждений. Нас интересуют низкие температуры и, оставляя только главные члены, получим:

$$\epsilon(p) = up \quad u = \sqrt{\frac{U_0 N}{Am}} \quad u_p^2 + v_p^2 = \frac{mu^2}{\epsilon(p)}. \quad (11)$$

Диагонализированный гамильтониан имеет вид

$$H_0 = \sum_p \epsilon(p) b_p^+ b_p + E_0, \quad (12)$$

где  $E_0$  – энергия основного состояния.

Нас интересует поведение системы при приложении внешнего электрического поля к каждому слою. В работах [2, 3] использовались два способа включения внешнего потенциала.

1. Параллельное подключение одинаковых напряжений в слоях 1 и 2. Вообще говоря, в двумерном случае локальное электрическое поле создается локализованными зарядами в каждом из слоев. Кроме того, при вхождении зарядов из контактов с внешним источником возникает переходная зона и только на достаточном удалении от контакта возникает некоторое стационарное состояние, учитывающее взаимодействие между слоями. Реальные измерения проводимости в [2, 3] именно так и производились, причем считалось, что электрические свойства слоев идентичны, тогда одинаковые токи соответствуют одинаковым электрическим полям.

Электрический ток может быть связан с движением возбуждений, но может, в принципе, переноситься

сверхтекучим движением конденсата, градиент фазы которого дает сверхтекучую скорость. Наличие или отсутствие сверхтекучей скорости может быть связано с видом граничных условий в переходной зоне. Мы, однако, будем считать, что сверхтекучей скорости нет. Основная причина этого состоит в метастабильности состояния со сверхтекучей скоростью и существованием конечного времени релаксации [10] таких состояний. Таким образом, мы считаем, что ток может переноситься только возбуждениями.

При одинаковых электрических полях в слоях односторонние состояния модифицируются электрическим полем, которое мы будем предполагать направленным вдоль оси  $x$ . Гамильтониан свободных электронов будет иметь вид

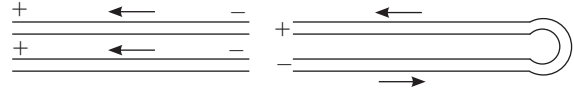
$$H_0 = \frac{\hbar\omega_c}{2} \left( (-i\frac{\partial}{\partial x})^2 + (-i\frac{\partial}{\partial y} + x)^2 + 2\xi x \right) = \frac{\hbar\omega_c}{2} \left( (-i\frac{\partial}{\partial x})^2 + (-i\frac{\partial}{\partial y} + x + \xi)^2 + (2i\frac{\partial}{\partial y}\xi) - \xi^2 \right), \quad (13)$$

где  $\xi = eEl_B/\hbar\omega_c$ . Из чего видно, что собственные функции нулевого УЛ изменяются:  $e^{ipy}\Phi_0(x+p) \rightarrow e^{ipy}\Phi_0(x+p+\xi)$ , энергия также изменится:  $E \rightarrow E - 2p\xi - \xi^2$ . Необходимо найти выражение для энергии экситона с новыми функциями и измененным гамильтонианом путем коммутации экситонного оператора (7) с новым гамильтонианом, включающим электрическое поле. При этом член с кулоновским взаимодействием не меняется (так как преобразование сдвига переменных интегрирования  $x, x' \rightarrow x + \xi, x' + \xi$  дает прежнее значение). Изменение энергии дают только дополнительные члены в гамильтониане. Таким образом, новая энергия экситона будет равна

$$E_{exc} = \frac{p^2}{2m} - 2\xi p_y = \frac{(\mathbf{p} - 2m\xi)^2}{2m} - 2m\xi^2,$$

где первый член дается кулоновским взаимодействием. Мы видим, что новая энергия экситона является изотропной функцией сдвинутого импульса  $\mathbf{p} - 2m\xi$ , откуда следует, что в тепловом равновесии нет средней векторной величины и ток равен нулю. Таким образом, при параллельном включении и холловский и омический токи будут экспоненциально малы при низких температурах и определяются энергией активации заряженных возбуждений.

2. Антипараллельное включение в [2, 3] достигается соединением слоев (1,2) специальным устройством (см. рисунок), обеспечивающим протекание тока в обратном направлении в слое 2. Направление электрического поля в слоях будет противоположным. Электрическое поле будет ускорять экситоны, так как силы, действующие на электрон в одном слое и дырку



Параллельное и антипараллельное подключения слоев

в другом, будут параллельны. Это обстоятельство приводит к появлению электрического тока в каждом слое, так как ускорение экситонов компенсируется их рассеянием на дефектах, приводя к формуле типа Друде.

Мы будем по-прежнему считать сверхтекучую скорость равной нулю и ограничимся рассмотрением кинетики возбуждений в далекой от контактов области, вводя электрическое поле и рассеяние на дефектах. Мы ограничимся случаем увеличения расстояния  $d$  между слоями, что эквивалентно дефекту, отталкивающему экситоны. Дополнительные члены в гамильтониан будут иметь вид

$$H'_1 = \sum_{l,p,q} V_d(q) \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r}_l) (u(\mathbf{p} + \mathbf{q})u(\mathbf{p}) + v(\mathbf{p} + \mathbf{q})v(\mathbf{p})b^+(\mathbf{p} + \mathbf{q})b(\mathbf{p})) \frac{d^2q}{(2\pi)^2} + 2el_B \int \mathbf{E} \sum_{p,p'} (-i\frac{\partial}{\partial \mathbf{p}'} \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}')) (u(\mathbf{p})u(\mathbf{p}') + v(\mathbf{p})v(\mathbf{p}')b^+(\mathbf{p})b(\mathbf{p}')) \frac{d^2p|d^2p'}{2\pi^2}, \quad (14)$$

где  $\mathbf{r}_l$  – положение дефекта, а  $V_d(\mathbf{q})$  – фурье-образ его потенциала. Мы оставили только члены, сохраняющие число возбуждений, так как электрическое поле считаем слабым и рождение возбуждений энергетически невозможным, а рассеяние на дефектах – упругим. Кроме того, в выражении (14) произведено боголюбовское преобразование.

Задача о рассеянии возбуждений на отдельном дефекте является фактически односторонней, а гейзенберовские уравнения движения с учетом основного боголюбовского гамильтониана эквивалентны уравнению Шредингера в импульсном представлении:

$$i\hbar \frac{\partial b_p}{\partial t} = \epsilon(p)b_p + \int V_d(q) \frac{d^2q}{(2\pi)^2} b_{p+q} (u_p u_{p+q} + v_p v_{p+q}). \quad (15)$$

Мы будем использовать теорию возмущений в непрерывном спектре [12], полагая, что взаимодействие с дефектом адиабатически включается при  $t \rightarrow -\infty$ , и вводим соответствующий множитель  $e^{\delta t}$  в определение  $V_d(\mathbf{q})$ . Будем искать решение в виде  $b_{\mathbf{k}}(\mathbf{p}) = ((2\pi)^2 \delta(\mathbf{p} - \mathbf{k}) + \chi_{\mathbf{k}}(\mathbf{p})) e^{-i\epsilon(k)t}$ . Подставляя это

выражение в уравнение (15), получим в борновском приближении

$$(\epsilon(k) - \epsilon(p) + i\delta)\chi_{\mathbf{k}}(\mathbf{p}) = V(\mathbf{k} - \mathbf{p})(u_k u_p + v_k v_p),$$

что позволяет найти

$$\begin{aligned} \chi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) &= \int \chi_{\mathbf{k}}(\mathbf{p}) \exp(i\mathbf{p}\mathbf{r}) \frac{d^2 p}{(2\pi)^2} = \\ &= \int \frac{V_d(\mathbf{k} - \mathbf{p})(u_k u_p + v_k v_p) \exp(i\mathbf{p}\mathbf{r})}{(\epsilon(k) - \epsilon(p) + i\delta)} \frac{d^2 p}{(2\pi)^2}. \end{aligned} \quad (16)$$

Нас интересует асимптотика этого выражения при  $pr \rightarrow \infty$ . Выполняя интегрирование по направлению вектора  $\mathbf{p}$ , мы обнаружим две седловые точки  $\theta = 0, \pi$ , где  $\theta$  – угол между  $\mathbf{p}$  и  $\mathbf{r}$ . В окрестности этих точек находим направление наибо́льшего спуска и соответственно деформируем путь интегрирования, что приводит к асимптотическому виду при больших  $pr$ :

$$\begin{aligned} \chi_{\mathbf{k}}(r) &= \int_0^\infty \frac{e^{-i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2\pi pr}} e^{i\mathbf{p}\mathbf{r}} \frac{V_d(\mathbf{k} - \mathbf{p})(u_k u_p + v_k v_p) p dp}{\epsilon(k) - \epsilon(p) + i\delta} \frac{1}{2\pi} + \\ &+ \sqrt{2\pi pr} e^{-i\mathbf{p}\mathbf{r}} \frac{V_d(\mathbf{k} - \mathbf{p})(u_k u_p + v_k v_p) p dp}{\epsilon(k) - \epsilon(p) + i\delta} \frac{1}{2\pi}. \end{aligned} \quad (17)$$

Первый интеграл дает рассеянную волну и амплитуду рассеяния, даваемую вычетом в полюсе  $\epsilon(p) = \epsilon(k) + i\delta$ . Контур интегрирования по  $p$  может быть смещен до мнимой оси после взятия вычета и дает малый вклад по сравнению с вычетом. Таким образом амплитуда рассеяния имеет вид

$$\begin{aligned} \widetilde{\chi}_k(r) &\approx \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \frac{e^{i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{k}} \frac{V_d(\mathbf{k} - \mathbf{p})}{u} i(u_k^2 + v_k^2) \approx \\ &\approx \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \frac{e^{i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{k}} V_d(\mathbf{k} - \mathbf{p}) m i. \end{aligned}$$

При малых импульсах возбуждений можно заменить  $V_d(\mathbf{k} - \mathbf{p})$  на изотропную величину  $V_d(0)$ :

$$\widetilde{\chi}_k(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \frac{e^{i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{k}} V_d(0) \frac{2\sqrt{2}}{e^2 \sqrt{\pi} l_B} i.$$

Эффективный поперечник дефекта равен

$$l = \frac{4}{\pi^2 k} \left( \frac{V_d(0)}{e^2 l_B} \right)^2. \quad (18)$$

Число столкновений в единицу времени  $1/\tau(k) = ulN_0$ , где  $N_0$  – двумерная плотность числа дефектов.

Кинетическое уравнение для возбуждений имеет обычный квазиклассический вид

$$2e\mathbf{E}(u_p^2 + v_p^2) \frac{\partial n_0}{\partial \mathbf{p}} = -\frac{n'}{\tau(p)}, \quad (19)$$

где использована изотропность рассеяния, и  $n' = n - n_0$  – возмущение бозевской функции распределения  $n_0$  электрическим полем

$$n'(p) = -2e\tau(k)(u_p^2 + v_p^2) E_l \frac{\partial n_0}{\partial p_l}. \quad (20)$$

В теории сверхтекучести известно [13], что дополнительный поток массы нормальной компоненты связан с функцией распределения возбуждений  $\mathbf{j} = \int \mathbf{p} n' \frac{d^3 p}{(2\pi)^3}$ , и если его разделить на массу частиц в сверхтекучей жидкости, то это выражение даст поток числа частиц, связанных с нормальной компонентой, независимо от вида спектра возбуждений. Мы примем, что такая же ситуация остается справедливой и для жидкости экситонов, считая, что все определяется постоянной массой  $m$ , входящей в уравнение (10). Таким образом, электрический ток выражается формулой

$$\mathbf{j}_k = -\frac{2e^2}{m} E_k \int p_k (u_p^2 + v_p^2) \frac{\partial n_0}{\partial \epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial p_k} \tau(|p|) \frac{d^2 p}{(2\pi)^2 \hbar^2}. \quad (21)$$

Нетрудно проверить, что ток в каждом слое направлен по электрическому полю и пропорционален квадрату температуры. Холловский ток будет определяться только свободными зарядами и спадать экспоненциально. Надо отметить, что такое поведение может иметь место только при температурах, ниже критической температуры фазового перехода Березинского-Костерлица-Таулеса. Более быстрое затухание холловской компоненты находится в качественном согласии с экспериментальными результатами работы [3]. В то же время, согласно экспериментальной работе [2], холловский и омический токи спадают приблизительно одинаково. Различие результатов, возможно, связано с тем, что в [2] использована электронная система, в то время, как в [3] носителями были дырки, поэтому и энергия активации и температура фазового перехода могут существенно отличаться. Следует так же отметить, что в экспериментах расстояние между слоями порядка магнитной длины, в то время, как в настоящей модели предполагается, что оно много меньше.

Работа поддержана грантом Российского фонда фундаментальных исследований и программой “Квантовая макрофизика” Президиума РАН. Авторы выражают благодарность Ю.А.Бычкову за обсуждение ряда вопросов, связанных с настоящей работой.

1. *Perspectives in Quantum Hall effects*, Eds. Sankar Das Sarma, Aron Pinczuk, Wiley, N.Y.(1997).

2. M. Kellog, J.P. Eisenstein, L.N. Pfeiffer, and K.W. West, PRL **93**, 036801-1 (2004).
3. E. Tutuc, M. Shayegan, and D.A. Huse, PRL **93**, 036802-1 (2004).
4. M. Rasolt, B.I. Halperin, and D. Vanderbilt, PRL **57**, 126 (1985).
5. K. Moon et al., PR B **51**, 5138 (1995).
6. И. В. Лернер, Ю. Е. Лозовик, ЖЭТФ **78**, 1167 (1980).
7. Ю. А. Бычков, С. В. Иорданский, Г. М. Элиашберг, Письма в ЖЭТФ **33**, 152 (1981).
8. Ю. А. Бычков, Э. И. Рашба, ЖЭТФ **85**, 1826 (1983).
9. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Статистическая физика*, ч. 2, М.: Физматлит, 2002.
10. В. Л. Березинский, ЖЭТФ **59**, 907 (1970); **61**, 1144 (1971), *Низко температурные свойства двумерных систем*, М.: Физматлит, 2007.
11. J. Kosterlitz and D. Thouless, J. Phys. C: Solid State Phys. **6**, 1181 (1973).
12. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика*, М.: Физматлит, 2002.
13. И. М. Халатников, *Теория сверхтекучести*, М.: Наука, 1971.