

## К МАГНИТНЫМ ПЕРЕХОДАМ В СВЕРХПРОВОДЯЩЕМ $UPt_3$

*М.Е.Житомирский*

На основе применения теории Гинзбурга–Ландау к нетривиальному спариванию, возникающему на неоднородных представлениях параметра порядка, определены сверхпроводящие фазы в  $UPt_3$  в магнитном поле и соответствующие им решетки вихрей.

В экспериментах по поглощению ультразвука в сверхпроводящем  $UPt_3$  в магнитном поле, приложенном параллельно оси симметрии шестого порядка, был обнаружен фазовый переход между двумя различными сверхпроводящими состояниями<sup>1,2</sup>. Он происходит при  $H \sim 0,6H_{c2}$ , то есть при наличии развитой решетки вихревых нитей (рис. 1). Объяснение такого поведения сверхпроводника на основе феноменологических представлений о нетривиальном спаривании<sup>3</sup> было предложено в<sup>4</sup>. В работе<sup>4</sup> продемонстрирован частный случай перехода из состояния с нарушенной гексагональной симметрией в слабом поле в состояние с гексагональной решеткой абрикосовских вихрей в сильных полях. Однако, в ней были найдены не все возможные фазы в магнитном поле. Кроме того, есть экспериментальные данные в пользу того, что в нулевом поле осуществляется фаза с гексагональной симметрией (см. обзор<sup>5</sup>). В работе<sup>6</sup> показано, что фазовый переход возможен и в такой ситуации, но при этом все происходит в обратной послед-

довательности: от гексагональной решетки вихрей в слабых полях к решетке с искаженной симметрией в сильных полях. Однако в <sup>6</sup> использовался метод пробных функций, который исключает возможность сделать строгое утверждение о фазовом переходе. В данной статье эта задача решена точно.

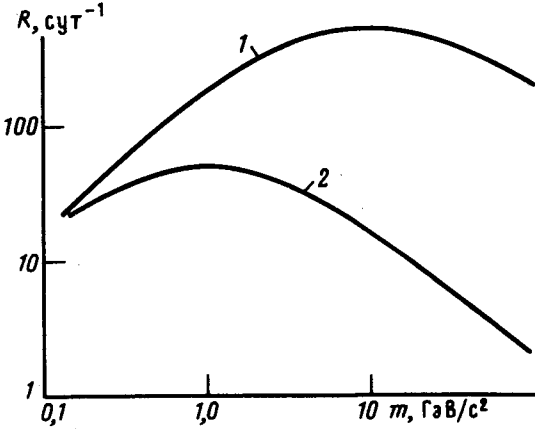


Рис. 1

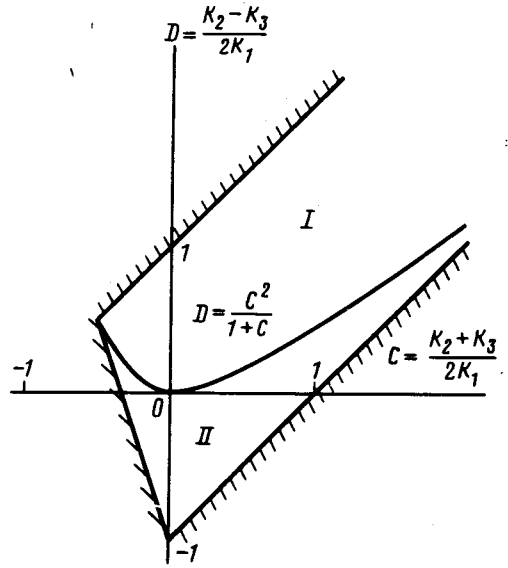


Рис. 2

Рис. 1. Фазовая диаграмма  $UPt_3$ , как функция приложенного магнитного поля и температуры, согласно <sup>1</sup>. Поле вдоль оси  $c$

Рис. 2. Фазовая диаграмма  $UPt_3$ , как функция безразмерных параметров  $C$  и  $D$ , определенных через коэффициенты в разложении Гинзбурга—Ландау в магнитном поле  $H \sim H_{c2}$ . В области I возникают зародыши фазы (5), в области II — фазы (6). Остальная часть плоскости  $C$  и  $D$  отвечает физически нереализуемым значениям параметров

Мы рассмотрим структуру решетки вихревых нитей и значение верхнего критического поля в области применимости теории Гинзбурга—Ландау для сверхпроводящих классов, возникающих из двумерного представления  $E_1$  группы  $D_6$ , поскольку именно это представление является наиболее вероятным претендентом на описание совокупности наблюдаемых явлений в  $UPt_3$  ниже  $T_c$  <sup>5</sup>. Параметр порядка в этом представлении двухкомпонентный вектор  $\vec{\eta} = (\eta_x, \eta_y)$ . Его компоненты — коэффициенты разложения скалярной или векторной волновой функции щели, соответственно для синглетного или триплетного спаривания, по базисным функциям:  $\psi(\mathbf{k}) \sim \eta_x k_x k_z + \eta_y k_y k_z$ ;  $\mathbf{d}(\mathbf{k}) \sim \eta_x \hat{z} k_x + \eta_y \hat{z} k_y$  (здесь и далее  $\hat{z}$  параллельно оси  $c$ ). Функционал Гинзбурга—Ландау, инвариантный относительно элементов группы  $D_6$  имеет вид <sup>4</sup>:

$$F = -\alpha \eta_i^* \eta_i + \beta_1 (\eta_i^* \eta_i)^2 + \beta_2 |\eta_i \eta_i|^2 + K_1 p_i^* \eta_j^* p_i \eta_j + K_2 p_i^* \eta_j^* p_j \eta_i + K_3 p_i^* \eta_j^* p_j \eta_i, \quad (1)$$

$$\text{где } \mathbf{p} = -i\hbar \vec{\nabla} - \frac{2e}{c} \mathbf{A}.$$

Причем решения, соответствующие однородному состоянию в нулевом поле, будут либо с гексагональной симметрией:

$$\vec{\eta} \sim (1, i) \quad \beta_2 > 0, \quad (2a)$$

либо с ее нарушением:

$$\vec{\eta} \sim (1, 0) \text{ или } (0, 1) \quad 0 > \beta_2 > -\beta_1. \quad (2b)$$

Для устойчивости однородного состояния при  $T < T_c$  необходимо потребовать положительной определенности членов четвертой степени:  $\beta_1 > 0, \beta_2 > -\beta_1$ , а также градиентных членов:

$$K_1 + K_2 + K_3 > |K_2|, \quad K_1 > |K_3|. \quad (3)$$

Введем стандартным образом безразмерные единицы:  $\alpha = 1, \beta_1 = 1/2, K_1 = 1$ . Тогда  $\mathbf{p} = -\frac{i}{\kappa} \nabla + \mathbf{A}$ , где  $\kappa$  — параметр Гинзбурга—Ландау. Магнитное поле  $H_{c2}$ , в котором начинают появляться зародыши сверхпроводящей фазы, определяется из вариации свободной энергии при пренебрежении членами степени выше второй и эффектами экранировки. Если теперь перейти к  $\eta_{\pm} = \eta_x \pm i\eta_y$ , и с учетом  $[p_x, p_y] = -iH/\kappa$  ввести  $a^{\pm} = \sqrt{\frac{\kappa}{2H}}(p_x \pm ip_y)$ ,  $a = \sqrt{\frac{\kappa}{2H}}(p_x - ip_y)$ ,  $[aa^{\dagger}] = 1$ , то соответствующее уравнение Гинзбурга—Ландау запишется в виде:

$$\lambda \Psi = \begin{pmatrix} 2(1+C)a^{\dagger}a + 1 + C - D & 2Ca^{\dagger}a^{\dagger} \\ 2Ca a & 2(1+C)a^{\dagger}a + 1 + C + D \end{pmatrix} \Psi \quad (4)$$

где  $\Psi$  — столбец  $(\eta_+, \eta_-)$ ,  $C = \frac{K_2 + K_3}{2K_1}$ ,  $D = \frac{K_2 - K_3}{2K_1}$ ,  $\lambda = \frac{\kappa}{H}$ . Решая (4), введем калибровку  $\mathbf{A} = (-Hy, 0, 0)$  и ищем  $\eta_+, \eta_-$  в виде рядов по собственным функциям операторов  $-i\partial_x$ ,  $a^{\dagger}a$  — решениям обычной задачи о движении частицы в магнитном поле. Все возможные решения (4) это либо  $(\varphi_0, 0)$ ,  $(\varphi_1, 0)$ , либо семейство  $(p_1 \varphi_n + 2, p_2 \varphi_n)$ , где  $\varphi_n$  — волновая функция  $n$  уровня Ландау. Причем в последнем случае имеется алгебраическая система для  $p_1$  и  $p_2$  на собственные значения  $\lambda$ . Минимальному  $\lambda$  соответствует  $H_{c2} = \frac{\kappa}{\lambda_{min}}$ . С помощью (3) можно показать, что минимум  $\lambda$  осуществляется на одном из двух решений:

$$\Psi \sim (\varphi_0, 0), \quad \lambda_1 = 1 + C - D; \quad (5)$$

$$\Psi \sim (\varphi_2, \frac{\omega}{\sqrt{2}} \varphi_0), \quad \lambda_2 = 3(1+C) - (8C^2 + (2+2C-D)^2)^{1/2}, \quad (6)$$

$$\omega = \frac{-4C}{1+C+D-\lambda_2}.$$

Решение (5) было найдено в <sup>4</sup>. В этом состоянии  $\eta_- = 0$ , то есть параметр порядка эффективно однокомпонентен и для него осуществляется обычная гексагональная решетка вихрей. Поэтому, чтобы был переход, в <sup>4</sup> понадобилось требование нарушения гексагональной симметрии в слабых полях. Однако мы видим, что при  $D < C^2/(1+C)$  получается  $\lambda_2 < \lambda_1$ , то есть при  $H \sim H_{c2}$  возникают зародыши фазы (6) (см. рис. 2). Чтобы рассмотреть вихри в ней, построим, следуя <sup>7</sup>, решение периодическое относительно магнитных трансляций — решетку зародышей с периодами  $a, b$  и углом  $\alpha$ :

$$\eta_+ \sim \sum_n \exp(\pi i \frac{b}{a} \cos \alpha n(n-1)) \exp(\frac{2\pi}{a} inx) (2\kappa H(y - nb \sin \alpha)^2 - 1) \exp(-\frac{\kappa H}{2}(y - nb \sin \alpha)^2)$$

$$\eta_- \sim \sum_n \omega \exp(\pi i \frac{b}{a} \cos \alpha n(n-1)) \exp(\frac{2\pi}{a} inx) \exp(-\frac{\kappa H}{2}(y - nb \sin \alpha)^2),$$

где  $ab \sin \alpha = \frac{2\pi}{\kappa H}$ ,  $\Phi_0 = \frac{2\pi}{\kappa}$  — квант потока в безразмерных единицах и на ячейку приходится один квант. Параметры решетки и модуль  $\Psi$  определяется из требования стационарности энергии по отношению к преобразованию  $|\Psi| \rightarrow (1 + \epsilon)|\Psi|$ , где  $\epsilon$  — малое число <sup>7</sup>. Потребовав

это, и, учтя, что в  $UPt_3$ ,  $\kappa \gg 1$ , получим при  $H < H_{c2}$  в нашей калибровке:

$$F = - \frac{(H_{c2} - H)^2}{4\delta}, \quad \delta = \frac{\langle F_4 \rangle}{\langle y \frac{\delta F}{\delta A_x} \rangle^2}$$

$F_4$  — члены четвертой степени из (1),  $\delta F / \delta A_x$  — функциональная производная, а скобки означают усреднение по объему. Таким образом, задача свелась к минимизации  $\delta$  как функции параметров решетки  $\rho + i\sigma = \frac{b}{a} e^{i\alpha}$ . Вычисляя интегралы в (7) получаем:

$$\delta = A_0(C, D, \beta_2) \delta_0(\rho, \sigma) + A_1(C, D, \beta_2) \delta_1(\rho, \sigma) + A_2(C, D, \beta_2) \delta_2(\rho, \sigma). \quad (8)$$

Здесь  $A_0, A_1, A_2$  — функции параметров в функционале Гизбурга—Ландау (1), а  $\delta_0(\rho, \sigma)$  — стандартная функция параметров решетки для обычных сверхпроводников  $\delta_0 = \sigma^{1/2} \sum_{n,m} \exp(2\pi i \rho(n^2 - m^2)) \exp(-2\pi \sigma(n^2 + m^2))$  (см. 8), суммирование ведется либо по целым  $n$  и  $m$ , либо по полуцелым. Минимум  $\delta_0(\rho, \sigma)$  имеет место для гексагональной решетки  $\rho = 1/2, \sigma = \sqrt{3}/2$ . Отличие  $\delta$  от  $\delta_0$  возникло вследствие того, что  $\eta_+$  и  $\eta_-$  по-разному зависят от координат. Структура решетки проще всего находится в предельном случае больших  $\omega$  ( $\omega \rightarrow \infty$ , при  $C \rightarrow 0$  см. (6)). Тогда получаем  $A_0 \sim 1, A_1 \sim 1/\omega^2, A_2 \sim 1/\omega^4$ ; поэтому оставляем только первые два члена с

$$\delta_1(\rho, \sigma) = \sigma^{1/2} \sum_{n,m} \exp(2\pi i \rho(n^2 - m^2)) \exp(-2\pi \sigma(n^2 + m^2)) (-2\pi \sigma(n^2 + m^2) + 2\pi \sigma n m + 16\pi^2 \sigma^2 (n^4 + m^4)); \quad \delta'_{1\rho} = 0,$$

поэтому  $\delta'_\rho(1/2, \sqrt{3}/2) = 0$ , но  $\delta'_{1\sigma}(1/2, \sqrt{3}/2) \neq 0$ , отсюда сразу находим малое искажение решетки:  $\rho = 1/2, \sigma = \sqrt{3}/2 \sim \frac{30}{\omega^2} (1 + 2\beta_2)$  (здесь подставлены численные значения производных при  $\rho = 1/2, \sigma = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ). Для произвольных  $\omega$  надо, вообще говоря, учитывать  $\delta_2(\rho, \sigma)$  и в явном виде искажение не считается. Однако, если учесть, что  $\delta_2$  зависит от  $\rho$  аналогично  $\delta_0$  и  $\delta_1$ ,  $\rho = \frac{b}{a} \cos \alpha = \frac{1}{2}$  — по-прежнему остается условием минимума  $\delta$ , но  $\sigma \neq \sqrt{3}/2$  ( $\delta'_\sigma(1/2, \sqrt{3}/2) \neq 0$ ), то есть искажение остается. Кроме того, поскольку  $\rho = 1/2$ , решетка фазы (6) состоит из равнобедренных треугольников и имеет своими элементами симметрии оси второго порядка.

Таким образом получено, что при  $H \sim H_{c2}$  может существовать фаза (6) имеющая искаженную решетку вихрей, поэтому наблюдаемый эксперимент можно объяснить фазовым переходом из симметричной фазы в несимметричную. Помимо этого следует отметить, что симметрия решетки фазы (6) такая же, как и для фазы (2б) в слабых полях 4. Это подтверждает в некотором смысле соображения 9 по поводу малого расщепления фаз, наблюдающегося в  $UPt_3$  при  $H = 0$  (см. рис. 1). Согласно 9 это расщепление может происходить вследствие антиферромагнитного порядка в  $UPt_3$  10, которое нарушает гексагональную симметрию кристаллической решетки. В результате в узкой области вблизи  $T_c$  должна существовать одна из фаз (2б) и включение магнитного поля при этих температурах не приводит к изменению симметрии и, следовательно, фазовый переход по магнитному полю отсутствует. Вопрос о типе фазового перехода для данного изменения симметрии решетки ( $D_{6h}$  в  $D_{2h}$ ) может быть рассмотрен на основе группового анализа 11, который показывает, что в этой ситуации возможен только фазовый переход первого рода. При этом при увеличении внешнего магнитного поля будет происходить положительный скачок магнитной индукции (намагниченности) в образце.

Мне приятно поблагодарить Г.Е.Воловика за руководство и помощь в течение всего хода работы.

## Литература

1. *Muller et al.* Phys. Rev. Lett., 1987, 58, 1224.
2. *Qian et al.* Sol. St. Comm., 1987, 63, 599.
3. *Воловик Г.Е., Горьков Л.П.* ЖЭТФ, 1985, 88, 1412.
4. *Volovik G.E.* J. Phys. C, 1988, 21, L 221.
5. *Fisk Z. et al.* Science, 1988, 239, 33.
6. *Joint R.* Supercond. Science and Technol. 1989, 1, 38.
7. *Де Жен П.* Сверхпроводимость металлов и сплавов М.: Мир, 1968.
8. *Сан-Жам Д., Сарма Г., Томас Е.* Сверхпроводимость второго рода М., Мир, 1970.
9. *Sirgist M., Joint R., Rice T.M.* Phys. Rev. B, 1988, 36, 5186.
10. *Aeppli G. et al.* Phys. Rev. Lett., 1988, 60, 615.
11. *Инденбом В.Л.* Кристаллография, 1960, 5, 115.

Институт теоретической физики Л.Д.Ландау  
Академии наук СССР

Поступила в редакцию  
30 января 1989 г.

---