

## ПИНЧЕВАНИЕ ОБЪЯСНЯЕТ МЕХАНИЗМ ТУРБУЛЕНТНЫХ ПЕРЕНОСОВ В ТОКАМАКАХ

*В.В.Янков*

*Российский научный центр "Курчатовский Институт"  
123182 Москва, Россия*

*Уппсальский Университет  
75121 Уппсала, Швеция*

Поступила в редакцию 30 июня 1994 г.

Экспериментально наблюдаемое во всех токамаках пинчевание частиц дает ключ к выбору доминирующих мод турбулентности. Введена концепция турбулентного равнораспределения (ТРР) частиц по поверхностям в фазовом пространстве, заданным геометрией магнитного поля и инвариантами. Крупномасштабные электростатические моды ведут к ТРР  $nq = \text{const}$  с максимумом плотности частиц в центре шнура и к естественному объяснению самосогласованности профилей. Именно эти моды наиболее трансформируемы радиальными электростатическими полями, что согласуется с феноменологией L-N-VN переходов.

Многолетние усилия экспериментаторов и теоретиков привели к экспериментальному достижению режимов работы токамаков, свободных от наиболее опасных крупномасштабных МГД-неустойчивостей. К сожалению, даже в этом случае переносы аномальны и именно этот фактор является главным препятствием на пути к зажиганию термоядерной реакции. Количество коэффициентов турбулентных переносов, включая недиагональные, составляет несколько десятков. В каждый коэффициент дают свой вклад множество неустойчивостей, поэтому естественны попытки угадать главный канал потерь, используя данные экспериментов. Любая неустойчивость ведет к увеличению переносов, поэтому диагональные коэффициенты не помогают выбрать модель турбулентности. С этой точки зрения пинчевание является отличным тестом, поскольку лишь немногие модели объясняют пинчевание. Это загадочное явление состоит в том, что профиль плотности частиц в токамаках имеет колоколообразную форму с выраженным максимумом в центре, хотя источник частиц расположен на периферии плазменного шнура и нормальная диффузия направлена также наружу. При импульсном напуске водорода плазма сама собирается в центре. Известное столкновительное пинчевание Уэйра мало по сравнению с турбулентной диффузией и не может объяснить экспериментов. Феноменологически пинчевание описывают, вводя направленный к центру конвективный поток частиц  $nv_r$  [1]:

$$Q = -D \frac{\partial n}{\partial r} + nv_r. \quad (1)$$

Здесь  $D$  – коэффициент турбулентной диффузии, причем во всех токамаках и во всех режимах конвективный поток частиц порядка диффузионного. Это означает, что оба потока определяются одним механизмом, общим для всех токамаков, а суммарный поток полезно переписать в виде

$$Q = -D_1 \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{n}{n_0} \right), \quad (1)$$

где  $n_0(r)$  – турбулентное равнораспределение (ТРР) концентрации. Мы покажем, что это распределение определяется инвариантами и не зависит от интенсивности турбулентности, определяющей коэффициент диффузии  $D_1$ .

Наше объяснение основано на том, что крупномасштабные электростатические моды ведут к равнораспределению на поверхностях в фазовом пространстве, заданных адиабатическими инвариантами, что соответствует близкому к эксперименту профилю плотности частиц как функции малого радиуса. Нетривиальные ТРР хорошо известны для атмосферы, в которой турбулентность формирует адиабатические профили температуры вместо изотермических [2]. Конкретное равновесие определяется инвариантами и заданием координат, в которых дивергенция фазового потока равна нулю. В токамаке эти координаты определяются магнитным полем сложной геометрии, поэтому начнем рассмотрение с более простого случая  $z$ -пинча с нулевой температурой, магнитным полем и средней плотностью, зависящей только от радиуса. Следуя [3], рассмотрим  $z$ -пинч с электростатическими ячейками  $m = 0$ , которые перемешивают замороженную плазму. Из замороженности следует сохранение вдоль траектории величины  $nr/B_p$ , где  $B_p$  – магнитное поле, имеющее в  $z$ -пинче только полоидальную компоненту. Сохранение  $nr/B_p$  означает, что ТРР плотности частиц имеет вид

$$n_0 \sim \frac{B_p}{r}, \quad (3)$$

а релаксация к этому равновесию описывается диффузионным потоком  $Q = -D_T \partial(nr/B_p)/\partial r$ . Отметим, что идейно ТРР аналогично режиму плато при квазилинейной диффузии частиц на волнах, а формула (3) возникла при проекции ТРР на обычное пространство.

Мы не будем стремиться определить коэффициент диффузии, подверженный влиянию многих факторов, наша цель – ТРР, универсальные для данного типа турбулентности. Если принять во внимание тепловой дрейф частицы со скоростью  $v_T$  (движется центр ларморовского кружка), то потоки в  $z$ -пинче описываются уравнениями

$$\frac{v_z B_p}{c} = -\frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{v_T B_p}{c}, \quad \frac{v_r B_p}{c} = \frac{\partial \phi}{\partial z}. \quad (4)$$

Поскольку тепловой дрейф направлен вдоль инвариантного направления, он не изменяет равновесия (3), хотя и влияет на коэффициент диффузии. Распределение (3) можно получить также из теоремы Лиувилля, согласно которой плотность в фазовом пространстве сохраняется вдоль траекторий:

$$\frac{n}{v_{\perp}^2 v_{\parallel}} = \text{const.} \quad (5)$$

Подставляя  $v_{\perp}^2$  из сохранения магнитного момента  $\mu = v_{\perp}^2/2B_p$  и  $v_{\parallel}$  из сохранения углового момента  $L = v_{\parallel}r$ , снова получаем  $n_0(r) \sim B_p/r$ . Отметим, что возрастание плотности в местах повышенного магнитного поля вызвано замедлением дрейфа частиц, а  $1/r$  возникает из-за цилиндричности. Если положить, что столкновения обеспечивают локально максвелловское распределение, то профиль температуры должен адиабатически подстроиться под плотность  $T \sim n^{2/3}$ .

Рассмотрим равновесные распределения плотности частиц в токамаках под влиянием крупномасштабных электростатических мод. Пролетные частицы

эффективно усредняют дрейф и их вклад в перенос не будет приниматься во внимание. Захваченные частицы будем описывать дрейфовыми уравнениями, усредненными по баунс-осцилляциям. Эти уравнения в точности те же, что и в  $z$ -пинче (4), только скорость теплового тороидального дрейфа  $v_T$  определяется магнитным моментом частицы  $\mu$  и ее продольным инвариантом  $J = \int v_{\parallel} dl$ , а координате  $z$  соответствует направление вдоль тора. Тороидальное магнитное поле входит лишь в магнитный момент, а электрический потенциал входит усредненным по баунс-осцилляциям. Это означает, что захваченные частицы в токамаке релаксируют к равновесию, аналогичному равновесию в  $z$ -пинче. Пролетные частицы не вносят вклад в транспорт, но вносят основной вклад в плотность. Если частота кулоновских столкновений много меньше, чем частота баунс-осцилляций, но много больше, чем обратное время вращения в конвективной ячейке, то плотность и температура пролетных частиц просто подстраиваются кулоновскими столкновениями под захваченные. В этом случае

$$n_0 \sim \frac{B_p}{r} \sim \frac{B_p R}{B_T r} = \frac{1}{q}, \quad T \sim n^{2/3}. \quad (6)$$

Здесь  $q$  – введенный Крускалом и Шафрановым коэффициент безопасности,  $B_T$  и  $R$  полагали постоянными. Релаксация к распределению плотности (6) описывается уравнением диффузии в форме (2), в полном соответствии с феноменологией экспериментов [1].

Подобно случаю  $z$ -пинча ТРР можно найти из анализа инвариантов движения и теоремы Лиувилля. В отсутствие возмущений частица сохраняет энергию, тороидальный момент и два уже использованных адиабатических инварианта. Предположим, что турбулентность изменяет энергию и тороидальный момент, но сохраняет два адиабатических инварианта. По теореме Лиувилля плотность в фазовом пространстве (5) постоянна вдоль траекторий. Из сохранения магнитного момента и в пренебрежении изменением величины магнитного поля получаем  $v_{\perp}^2 = \text{const}$ . Из сохранения продольного инварианта  $J \sim v_{\parallel} q R$  получаем  $v_{\parallel} \sim 1/q$ ,  $n_0(r) \sim v_{\perp}^2 v_{\parallel} \sim 1/q$ , а ссылка на кулоновские столкновения ведет к адиабате для температуры.

Третий и самый наглядный способ получить пинчевание состоит в рассмотрении радиального дрейфа запертых частиц под действием постоянного тороидального электрического поля. Скорость этого дрейфа обратно пропорциональна полоидальному магнитному полю, частицы проводят больше времени в областях сильного полоидального поля, так что с учетом цилиндричности сразу получаем  $n_0(r) \sim 1/q$ . Разумеется, постоянное вихревое электрическое поле подавлено хорошей проводимостью пролетных частиц, но потенциальное поле крупномасштабных электростатических ячеек не противоречит идеальной проводимости и перемешивает не хуже.

Перечислим упрощающие предположения, с натяжкой обеспеченные малыми параметрами. 1. Поток тепла из центра плазменного шнура не мал и сильно возмущает равновесие. Поэтому естественно ожидать, что на эксперименте температура сильнее, чем плотность, отклоняется от ТРР (6). 2. При анализе продольного адиабатического инварианта мы пренебрегли зависимостью от угла баунс-осцилляций, сохранив лишь главную зависимость от  $q$ . 3. При анализе магнитного адиабатического инварианта мы пренебрегли зависимостью от модуля  $B$ . 4. Столкновительный обмен пролетных и захваченных частиц

ведет к адиабате при весьма неясных ограничениях. Отклонения от адиабаты ведут к появлению потоков в духе формулы (2.39) обзора [4].

Сравним предсказанное ТРР с экспериментом. В токамаках  $1/q$  обычно растет к центру, как и плотность, причем основное падение концентрации действительно приходится на область основного падения  $1/q$ .

Поскольку источник энергии, в отличие от источника частиц, расположен внутри плазмы, неизбежен поток энергии наружу и на равновесное распределение энергии рассчитывать труднее. Можно лишь утверждать, что удельная энтропия больше в центре, то есть  $\partial(\ln T)/\partial(\ln n) > 2/3$ . Это неравенство типично для экспериментов, а превышение градиента температуры над адиабатическим является источником энергии для турбулентности. Для потока энергии внутрь естественнее ожидать адиабаты  $2/3$ , и это значение, возможно, не противоречит известным экспериментам [5, 6] с неосевым нагревом и тепловым пинчеванием.

Измеряемые в динамических экспериментах коэффициенты переноса в несколько раз больше аналогичных статических. Это противоречие может быть устранено или уменьшено, если турбулентные потоки отсчитывать от неоднородных равномерных распределений, в которых потоки вообще отсутствуют. Попросту говоря, статические коэффициенты переноса занижены использованием в расчетах релаксации к кулоновским равновесиям, однородным в пространстве и неадекватным ситуации.

Полезно сравнить наши методы с известными теориями релаксированных состояний [7, 8]. Общей является идеология использования различной скорости распада инвариантов, отличие в том, что мы не минимизируем гидродинамическую энергию при дополнительных ограничениях, а максимизируем энтропию частиц при сохранении адиабатических инвариантов. Интересно отметить, что Кадомцев [8] принимает зависимость давления плазмы от коэффициента безопасности в виде  $p = q^{-2}$  как экспериментальный факт, здесь практически та же зависимость  $p = q^{-5/3}$  получена теоретически, причем знак отклонения от равновесия согласуется с направлением потока энергии. Отмеченное впервые Коппи [9] явление самосогласованности профилей получает простое и естественное объяснение.

Главное значение предложенных равномерных распределений в том, что по ним можно восстановить канал турбулентных потерь, в частности ответить на вопрос, электростатические или магнитные возмущения ответственны за транспорт [10], в пользу электростатических. Хотя мелкомасштабные электростатические моды в принципе могут вести к пинчеванию [11–13], крупномасштабные лучше сохраняют продольный инвариант и дают больший вклад в транспорт. Так, в атмосфере главные потоки определяются глобальными конвективными ячейками, мелкомасштабная турбулентность возникает на больших градиентах, вызванных глобальными ячейками, и является вторичным явлением. Естественно допустить то же самое и в плазме токамака. Крупномасштабные электростатические моды могут быть разных типов [14], но измеренные уплощения профилей электронной температуры на рациональных поверхностях [15] естественно подчеркивают роль рациональных ячеек. Такие рациональные ячейки подвержены влиянию радиальных электрических полей [16], поэтому  $L - N - V N$  переходы могут соответствовать подавлению конвекции на рациональных поверхностях. Источником энергии для конвекции служит продольная энергия захваченных частиц. Из сохранения продольного инварианта видно,

что частицы расширяются вдоль магнитного поля при движении к периферии. Роль пролетных частиц сводится к обеспечению спитцеровской продольной проводимости [17, 18, 3]. Неявно это предположение использовалось, когда мы пренебрегли нестационарностью магнитного поля.

Судя по тому, как сложна теория глобальных ячеек в атмосфере, в токамаке теория очень сложна, поскольку неизбежно рассмотрение нелинейной конкуренции при кинетической конвекции. Основанный на инвариантах анализ ТРР позволяет избежать рассмотрения деталей и дает правильную структуру уравнений переноса. Формирование профилей, близких к равновесным (6), может способствовать экспериментальной реализации режимов с улучшенным удержанием. Изложенная модель допускает перенос на другие случаи, когда турбулентное равновесие диктуется другими инвариантами. Численное исследование ТРР методом частиц способно дать более твердое обоснование изложенной гипотезе или хотя бы ее опровергнуть.

По мнению автора, качественное соответствие концепции ТРР эксперименту, в особенности в части пинчевания, выходит за рамки случайного совпадения.

Я благодарен за полезные обсуждения А.Бондесону, Й.Вейланду, Ю.Н.Днестровскому, В.С.Муховатову, Х.Нордману, К.А.Разумовой, П.В.Сасорову и К.В.Чукбару. Эта работа возникла из дискуссий с Й.Никандером, сделавшим в нее большой вклад. Я благодарен Шведскому Институту и Уппсальскому Университету за гостеприимство, РФФИ и Фонду Сороса за поддержку.

- 
1. K.W.Gentle, B.Richards, and F.Waelbroeck, *Plasma Phys. Cont. Fusion* **29**, 1077 (1987).
  2. M.E.McIntyre, *J. of Geophys. Res.* **94**, 14617 (1989).
  3. В.В.Янков, ЖЭТФ (1994).
  4. П.Н.Юшманов, в сб. Вопросы теории плазмы, под ред. Б.Б.Кадомова, вып.16, М.: Энергоатомиздат (1987), с.102.
  5. Н.Л.Васин, Ю.В.Есипчук, К.А.Разумова, В.В.Санников, *Физика плазмы* **13**, 109 (1987).
  6. T.C.Luce et al., in *Plasma Phys. and Cont. Nucl. Fusion Res.* 1990, (IAEI, Vienna, 1991), 1, 631.
  7. J.V.Taylor, *Phys. Rev. Lett.* **33**, 1139 (1974).
  8. Б.Б.Кадомец, Основы Физики Плазмы Токамаков, в сер. ВИНТИ, Итоги науки и техники, Физика Плазмы, том 10, под ред. В.Д.Шаfranова, М., (1991).
  9. V.Coppi, *Comments Plasma Phys. Cont. Fusion* **5**, 261 (1980).
  10. J.W.Connor, *Plasma Phys. Cont.Fusion*, **35**, Suppl. B293 (1993).
  11. Б.Б.Кадомец, О.П.Погуде, в сб. Вопросы теории плазмы, под ред. М.А.Леонтовича, вып.5, М.: Атомиздат, (1967), с.209.
  12. P.W.Terry, *Phys. Fluids B* **1**, 1932 (1989).
  13. J.Weiland and H.Nordman, *Phys. Fluids B* **5**, 1669 (1993).
  14. J.W.Connor, J.V.Taylor, and H.R.Wilson, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1803 (1993).
  15. M.F.F.Nave et al., *Nucl. Fusion* **32**, 825 (1992).
  16. H.Biglari, P.H.Diamond, and P.W.Terry, *Phys. Fluids B* **2**, 1 (1990).
  17. A.H.Boozer, *Phys. Fluids B* **2**, 2300 (1990).
  18. В.В.Янков, Письма в ЖЭТФ **58**, 516 (1993).