

## ПРОВОДИМОСТЬ ЧАСТИЦЫ В ДВУМЕРНОМ СЛУЧАЙНОМ ПОТЕНЦИАЛЕ

*Л.П.Горьков, А.И.Ларкин, Д.Е.Хмельницкий*

Обнаружено, что проводимость в двумерной системе с беспорядком при низких частотах логарифмически зависит от частоты. Обсуждается связь этого результата с выводами работы [1] о полной локализации в двумерном случае.

Эта работа была инициирована статьей [1], в которой, в частности, утверждается, что все одночастичные состояния в поле дефектов в двумерном случае являются локализованными. Мы будем изучать квантовые поправки к закону диффузии или к проводимости бесконечной системы как функции частоты  $\omega$ .

Проводимость  $\sigma$  может быть выражена через гриновские функции уравнения Шредингера со случайным потенциалом [2].

$$\sigma = e^2 \int dE \nu(E) \frac{n_E - n_{E+\omega}}{\omega} D(\omega), \quad (1)$$

$$D(\omega) = \frac{1}{d} \int d\mathbf{r} \langle \mathbf{v}(0) G_{E+\omega}^R(0, \mathbf{r}) \mathbf{v}(\mathbf{r}) G_E^A(\mathbf{r}, 0) \rangle, \quad (2)$$

где  $D_E(\omega) \equiv D(\omega)$  – коэффициент диффузии частицы с энергией  $E$ ,  $d$  – размерность пространства,  $G^R$  и  $G^A$  – соответственно запаздывающая и опережающая функции Грина,  $\langle \rangle$  обозначают усреднение по возможным расположениям примесей. Энергия  $E$  будет считаться большой по сравнению с обратным временем свободного пробега  $\hbar/\tau$ . Для вычисления средних будет использоваться "крестовая техника" усреднения [2]. Как известно, при  $E\tau/\hbar \gg 1$  графики с пересекающимися

пунктирами (например, график рис. 1, а) малы. Пренебрегая такими диаграммами, получим  $D = D_0 = v^2 \tau / d$  (рассеяние для простоты считается изотропным  $\tau = \tau_{tr}$ ).

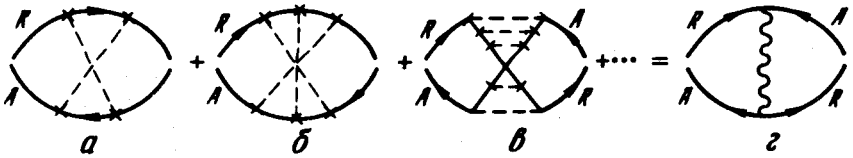


Рис. 1

Для вычисления квантовых поправок нужно рассмотреть диаграммы, изображенные на рис. 1. Диаграммы такого типа были ранее рассмотрены в [3], где показано, что каждая отдельная диаграмма дает малую поправку к коэффициенту диффузии. Для дальнейшего существенно, что *сумма* всех графиков лестничного типа, изображенная на рис. 1, *г* волнистой линией, имеет характерный диффузионный полюс

$$C(q, \omega) = \frac{1}{\tau^2} \frac{1}{Dq^2 - i\omega} - \frac{1}{\tau}; \quad q = p + p_1, \quad qv\tau \ll 1, \quad \omega\tau \ll 1. \quad (3)$$

Эта особенность "веерной" лестницы по величине суммарного импульса совпадает с известной особенностью обычной диффузионной лестницы

$$\langle p, p \rangle_{\omega, q} \sim \frac{1}{Dq^2 - i\omega} \quad (4)$$

как функции переданного импульса  $q$ . Такое совпадение является следствием инвариантности относительно обращения времени при преобразовании волновых функций  $\psi(p) \rightarrow \psi^*(-p)$ . В дальнейшем на рисунках волнистой линией будут обозначаться как обычная диффузионная, так и "веерная" лестницы.

В диаграмме 1, *г* рассмотрим интегрирование по импульсам  $q$  волнистой линии. Сингулярный по частоте вклад возникает от области малых  $q$ . Поэтому  $p_1 \cong -p$  и сингулярная квантовая поправка к проводимости отрицательна. После вычисления получим<sup>1)</sup>

$$D = D_0 \left\{ 1 - \frac{3\hbar^2 \pi}{2SmE\sqrt{6\omega\tau}} \right\}, \quad d = 1 \quad (5)$$

<sup>1)</sup> Важность учета диффузионных полюсов при вычислении квантовых поправок к проводимости впервые была отмечена в работе [4], однако авторы этой работы не рассматривали "веерных" диаграмм и поэтому вычисленные ими поправки имеют дополнительную к (5) - (7) малость  $\omega/E$ .

$$D = D_0 \left\{ 1 - \frac{\hbar}{2\pi E\tau} \ln \frac{1}{\omega\tau} \right\}, \quad d = 2 \quad (6)$$

$$D = D_0 \left\{ 1 + \frac{3\hbar^2 \sqrt{6\omega\tau}}{16 E^2 \tau^2} \right\}. \quad d = 3 \quad (7)$$

Для одномерного случая длина локализации порядка длины свободного пробега  $l \sim v\tau$  и область диффузии  $ql \ll 1$  отсутствует. Поэтому формула (5) написана для проволоки сечения  $S \gg \hbar^2 p^{-2}$ , для которой существует диффузионная область [6] и второй член в скобке является малой поправкой.

Для простоты фактически вычислялась проводимость. Можно найти и квантовую поправку к коррелятору  $\langle \rho\rho \rangle$ . При этом оказывается, что диффузионная формула (4) сохраняется, а коэффициент диффузии действительно дается формулами (5) – (7).

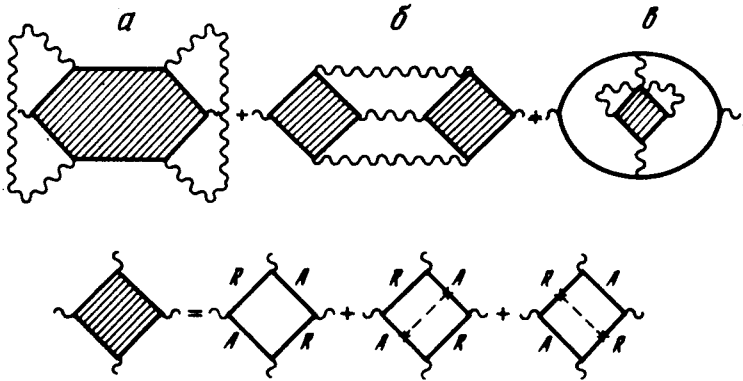


Рис. 2

Особый интерес представляет двумерный случай, когда поправка к проводимости логарифмически возрастает при понижении частоты, и поэтому возникает вопрос о суммировании ряда главных логарифмов вида

$\left( \frac{\hbar}{E\tau} \ln \frac{1}{\omega\tau} \right)^n$ . Графики, дающие вклады порядка  $\left( \frac{\hbar}{E\tau} \ln \frac{1}{\omega\tau} \right)^2$ , изображены на рис. 2.

Число и сложность структуры различных диаграмм катастрофически возрастают с увеличением их порядка. В каждом порядке и

для любой скелетной диаграммы степень  $\left( \frac{\hbar}{E\tau} \ln \frac{1}{\omega\tau} \right)^n$  совпадает с числом

интегрирований по импульсам волнистых линий. Между тем, оказалось, что во втором порядке диаграммы вида рис. 2, б сокращают друг друга, а вклад вида диаграммы рис. 2, а сокращается вкладом диаграммы рис. 2, в.

Иными словами, член  $\left( \frac{\hbar}{E\tau} \ln \frac{1}{\omega\tau} \right)^2$  в формуле (6) отсутствует.

Можно предположить, что этот результат не случаен, а является следствием ренормировочной инвариантности [6]. Действительно, при  $\omega\tau \ll 1$  и  $q = 0$  не существует никаких параметров размерности длины или частоты и имеется всего один безразмерный параметр  $R_0 = 1/E\tau$ , который играет роль затравочной константы взаимодействия и совпадает с сопротивлением квадрата пленки при  $\omega\tau \sim 1$ , измеренном в единицах  $\pi e^{-2}\hbar \sim 13$  кОм. Поэтому, если изменить масштаб частоты  $\omega\tau \rightarrow \omega/\omega_1$ , то это можно скомпенсировать соответствующим изменением концентрации примесей по закону  $R_0 \rightarrow R(\omega_1)$ , так что  $R(\omega\tau, R_0) = R(\omega/\omega_1, R(\omega_1))$ . Дифференцируя это равенство по  $\omega_1$  и полагая  $\omega_1 = \omega$ , получим уравнение ренормгруппы в виде

$$\frac{dR(\omega)}{d \ln \omega} = f(R) = -\frac{R^2}{2\pi} + O(R^3). \quad (8)$$

Результат решения (8) при  $R \ll 1$  показывает, что в выражении для  $D = \hbar/mR$  отсутствуют все члены порядка  $(1/E\tau)^n \ln^n(1/\omega\tau)$  с  $n > 1$ .

Вопрос о проводимости на малых частотах решается видом функции  $f(R)$  при  $R \approx 1$ . Однако, в этой области  $f(R)$  зависит от деталей модели и ее нахождение не проще, чем непосредственное вычисление  $R(\omega)$ . Тем не менее уравнение (8) может служить для качественной интерполяции между областями малых и больших  $\omega$ . Если беспорядок предельно большой, то состояния частицы локализованы и, следовательно, при  $R \gg 1$   $f(R)$  растет (например,  $f = -2R$  для  $R \sim \omega^{-2}$ ). Если  $f(R)$  не имеет нулей при конечных  $R$ , то  $R(\omega)$  уменьшается до нуля при  $\omega \rightarrow 0$ . Тогда в двумерном случае при сколь угодно малой концентрации примесей все состояния локализованы. Если  $f(R)$  обращается в нуль в некоторой точке  $R_1$ , то  $R(\omega) \rightarrow R_1$  при  $\omega \rightarrow 0$ . Вообще говоря, обращение в нуль статической проводимости не эквивалентно локализации. Локализации соответствует [7] следующий вид коррелятора плотностей

$$\langle \rho\rho \rangle_{\omega, \mathbf{q}} = \frac{A(q)}{\omega}. \quad (9)$$

Но если при масштабных преобразованиях существует один инвариантный заряд  $R$ , то малые  $R$  соответствуют большому беспорядку и, следовательно, локализации [8].

Наши результаты, таким образом, очень схожи с результатами работы [1], хотя детали вычислений ее авторами не опубликованы. Разница состоит в том, что в ренормгруппе работы [1] переменной величиной является не частота  $\omega$ , а размер образца  $L$ . Для образца конечного размера важно уточнить как определяется проводимость и о каких частотах идет речь. В конечном образце поглощение возникает при частотах  $\omega > \hbar/mL^2$ . С другой стороны, если  $\omega \gg DL^{-2}$ , то возникающие в квантовых поправках логарифмы не зависят от  $L$ . Другими словами, если  $R \ll 1$ , то существует область частот  $DL^{-2} \gg \omega \gg \hbar/mL^2$ , для которой квантовые поправки даются формулой (6) с заменой  $1/\omega\tau$  в аргументе логарифма на  $(L/l)^2$ . Поэтому можно предположить с [1],

что

$$\frac{dR}{d \ln L^{-2}} = \beta(R) = \frac{1}{2\pi} R^2 + O(R^3). \quad (10)$$

Если включить образец в цепь, то дискретные уровни приобретут ширину порядка  $\gamma \sim \hbar DL^{-2}$ . Поэтому частоту можно положить равной нулю. Расходимости при этом обрежутся на  $\gamma$  и снова можно пытаться написать уравнение (10). Важно отметить, что совпадение функций  $f$  и  $\beta$  возможно лишь при  $R \ll 1$ , т. е. в приближении главных логарифмов, а при  $R \gtrsim 1$   $f$  и  $\beta$  различаются. Все сказанное о поведении функции  $f$  при малых  $R$  можно, видимо, повторить и в отношении функции  $\beta$ .

Численное моделирование проводимости в двумерной неупорядоченной системе проводилось в работах [9, 10]. В этих работах вычислялся сдвиг уровней в конечном образце при изменении граничных условий. Эта величина, по-видимому, удобна для определения наступления локализации в численных экспериментах и по порядку величины равна проводимости. Однако точное соотношение между этими величинами неизвестно. Наши выводы, скорее совпадают с результатами [9].

В заключение заметим, что процессы энергетической релаксации приведут к обрезанию логарифмов в (6) при соответствующем параметре  $1/r_c$ , если  $\omega r_c \ll 1$ .

Институт теоретической физики  
им. Л.Д.Ландау  
Академии наук СССР

Поступила в редакцию  
16 июля 1979 г.

### Литература

- [1] E.Abrahams, P.W.Anderson, D.C.Licciardello, T.V.Ramakrishnan. Phys. Rev. Lett., 42, 673, 1979.
- [2] А.А.Абрикосов, Л.П.Горьков, И.Е.Дзялошинский. Методы квантовой теории поля в статистической физике. Физматгиз, 1962.
- [3] J.S.Langer, T.Neal. Phys. Rev. Lett., 16, 984, 1966.
- [4] С.В.Малеев, Б.П.Тотрверг. ЖЭТФ, 69, 1440, 1975.
- [5] D.J.Thouless. Phys. Rev. Lett., 39, 1167, 1977.
- [6] M.Gell-Mann, F.Low Phys. Rev., 95, 1300, 1954.
- [7] В.Л.Березинский. ЖЭТФ, 65, 1251, 1973.
- [7] P.W.Anderson. Phys. Rev., 109, 1492, 1958.
- [9] D.C.Licciardello, D.J.Thouless. J. Phys., C8, 4157, 1975; C11, 925, 1978.
- [10] P.A.Lee. Phys. Rev. Lett., 42, 1492, 1979.