Письма в ЖЭТФ, том 23, вып. 3, стр. 156 – 161 *5 февраля 1976 г.*

О СВОЙСТВАХ ЖИДКОГО He^3

А.М.Дюгаев

Показано, что жидкий He^3 близок к антиферромагнитному переходу. Определена зависимость теплоемкости от температуры. Найдены соотношения между параметрами теории ферми-жидкости Ландау.

1. Жидкий He^3 хорошо описывается теорией Ландау, лишь при $T < 0{,}1°$. Параметры этой теории аномально велики. При изменении давления от 0 до 27 *атм* величины Φ_0 и Φ_1 [1], которые связаны со значениями ско-

рости звука и эффективной массы, увеличиваются от **10** и **6** до **100** и **15**. В теории, где нет малого параметра, такие большие числа появиться не могут. Большая величина m^* означает, что между квазичастицами He^3 существует взаимодействие, сильно зависящее от их скорости и энергии, связанное с обменом частично-дырочными возбуждениями с большим статистическим весом. В данной работе показано, что такими возбуждениями могут быть виртуальные парамагноны с волновым вектором $k_0 \neq 0$, что означает близость He^3 к антиферромагнитному переходу. Иными словами, мы будем считать, что магнитная восприимчивость He^3 как функция волнового вектора имеет резкий максимум при $k = k_0$, где k_0 атомного порядка.

2. В терминах амплитуды рассеяния Γ это означает, что статическая Γ имеет вид

$$\frac{a^2 p_F^2}{\pi^2 v}\Gamma(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{k}) = \frac{3}{2} D(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) - \vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2 \left\{\frac{1}{2} D(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) + D(\mathbf{k})\right\}. \quad (1)$$

D имеет смысл функции распространения парамагнона, мы параметризуем ее зависимость от k при $k \approx k_0$

$$D^{-1}(k) = \xi^2 + \gamma^2\left[\left(\frac{k^2}{k_0^2}\right) - 1\right]^2 \quad (2)$$

параметр ξ определяет близость жидкости к фазовому переходу: $\xi^2 << 1$, величина γ^2 связана с дисперсией магнитной восприимчивости $\chi(k)$ при $k \approx k_0$: $\chi(k) \sim D(k)$. Выражение (1) получено выделением резонанса D в прямом и обменном каналах Γ. Скалярная часть Γ существенно зависит от угла между $\mathbf{p}_1$ и $\mathbf{p}_2$; спиновая часть имеет максимум по переданному импульсу k при $k = k_0$. В пределе $k \to 0$ и $p_1 = p_2 = p_F$, Γ зависит только от угла между $\mathbf{p}_1$ и $\mathbf{p}_2$, и может быть связана с параметрами теории Ландау [1, 2]

$$\frac{a^2 p_F^2}{\pi^2 v}\Gamma(k = 0) = A(x) - \vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2\left\{\frac{1}{3} A(x) + D(k = 0)\right\}. \quad (3)$$

Функция $A(x)$ имеет вид

$$A(x) = \frac{2}{\pi} A_0 \frac{\kappa}{\kappa^2 + (x - x_0)^2}, \quad x = \frac{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2}{p_F^2}, \quad x_0 = 1 - \frac{k_0^2}{2p_F^2}. \quad (4)$$

Величины κ и A_0 выражаются через ξ, γ, k_0

$$\kappa = \frac{\xi k_0^2}{2p_F^2 \gamma} \qquad A_0 = \frac{3}{8}\frac{k_0^2}{p_F^2}\frac{\pi}{\xi\gamma} \quad (5)$$

Вычисляя первые гармоники A по x и сравнивая их с теорией Ландау, находим параметры A_0 и x_0: $A_0 = 0{,}9$; $x_0 = 0{,}075$. Из данных по теплоемкости и (5) можно определить и ξ^2, γ^2, κ

$$\xi^2 = 0{,}06, \quad \gamma^2 \cong 5, \quad \kappa = 0{,}025, \quad k_0^2 = 0{,}5\, p_F^2 .$$

Таким образом, угловая зависимость A характеризуется узким пиком при $x = x_0$. Выражение (4) позволяет найти следующие гармоники A, а значит, и параметры Φ_i и Z_i теории Ландау [1, 2]:

$$\Phi_2 = 3, \quad \Phi_3 = 0{,}5, \; \Phi_4 = -1{,}5, \quad Z_1 = -0{,}7, \quad Z_2 = -0{,}5, \quad Z_3 = -0{,}1,$$

$$Z_4 = 0{,}6.$$

Большая величина Φ_2 позволяет сделать заключение о возможности распространения в He^3 поперечного нулевого звука ($m = 1$). Известно, что теория, где учитываются две гармоники Φ_0 и Φ_1 приводит к требованию $\Phi_1 > 6$; при $\Phi_1 < 6$ нулевой звук не может распространяться. Истинное значение $\Phi_1 = 6{,}25$ очень близко к порогу $\Phi_1 = 6$.

3. Определим связь между параметрами ξ, γ, k_0 и спектром элементарных возбуждений. Это можно сделать, выделив вклад Г в собственную массу частиц Σ. Собственная масса Σ является аналитической функцией p^2 при $\xi^2 \to 0$, но имеет особенность по ϵ при $\xi^2 \to 0$ поэтому можно разложить Σ в ряд по $p^2 - p_F^2$, а зависимость от ϵ необходимо учитывать точно. Вычисление приводит к следующей зависимости функции Грина частиц G от p^2 и ϵ

$$G^{-1}(p^2, \epsilon) = \epsilon - \frac{p^2 - p_F^2}{2m_0^*} + \epsilon \frac{1-a}{a} \frac{1}{\sqrt{1 - i\frac{|\epsilon|}{\epsilon_0}} + 1} . \tag{6}$$

Скачок в ферми-заполнении частиц a очень мал и выражается через параметр Φ_0 теории Ландау. $a = (1 + \Phi_0)^{-1} = 0{,}08$. Величина m_0^* определена соотношением

$$\frac{m}{m_0^*} = 1 + \left.\frac{\partial \Sigma}{\partial p^2}\right|_{p_F^2} \times 2m$$

и связана с $m^*_1 a$ и скоростью звука c

$$m_0^* = a m^*, \qquad c^2 = p_F^2 / 3mm_0^*, \qquad m_0^* \cong 0{,}25\, m \tag{7}$$

характерная для G энергия ϵ_0 в (6) определяет границу спектра квазичастиц E_p

$$\epsilon_0 = \frac{2k_0 v}{\pi} \xi^2 = 0{,}09^\circ, \quad E_p = \epsilon_p - i\gamma_p = v(p - p_F) - \frac{i}{4} \frac{\epsilon_p |\epsilon_p|}{\epsilon_0}$$

хорошо определенные квазичастицы существуют при $\epsilon < 0{,}1^\circ$; при $\epsilon > 0{,}1^\circ$ затухание γ_p сравнивается с ϵ_p. При $\epsilon > 0{,}1^\circ$ полюс у G уходит на "нефизический" лист плоскости ϵ:

$$\epsilon_p = -i\,\frac{|p-p_F|(p-p_F)}{2m_1}\,, \qquad m_1 \approx 0{,}5\,m.$$

Таким образом, при $\epsilon > \epsilon_0$, полюс у G отвечает диффузионному одночастичному возбуждению; ниже мы увидим, что это приводит к зависимости теплоемкости C от T вида $C \sim \sqrt{T}$.

4. Часть свободной энергии He^3, существенно зависящую от ξ^2 и T можно найти суммируя "опасные" кольцевые диаграммы, содержащие в качестве простейшего элемента $D(k)$. Аналогичный расчет для почти ферромагнитной жидкости приводился в [3].

$$F = F_0 + \frac{3}{2}\int d^3k T \sum_{\omega_n} \ln\left(1 - B_0(k)\frac{\pi|\omega_n|}{2kv}\right) + \frac{1}{2}\int d^3k T \sum_{\omega_n} \ln\left(1 - A_0\frac{\pi|\omega_n|}{2kv}\right). \tag{8}$$

Первый член в (8) связан с флуктуациями спиновой плотности и содержит нулевую гармонику спиновой части Γ: $B_0(k) = -\,{}^1/_3(1-a) - D(k)$. Второй член в (8) связан с флуктуациями, не затрагивающими спин и содержит нулевую гармонику скалярной части Γ: $A_0 = 1 - a \approx 1$. Вычисление приводит к следующей зависимости теплоемкости C от T

$$C = C_0(T)\left\{a + \frac{1-a}{\left(1+\dfrac{T^2}{T_2^2}\right)^{1/2}}\left[\frac{2}{1+\dfrac{T^2}{T_1^2}+\left[\dfrac{T^2}{T_0^2}+\left(1+\dfrac{T^2}{T_1^2}\right)\right]^{1/2}}\right]^{1/2}\right\},$$

$$T_0 = \frac{3}{\pi^2}\epsilon_0, \quad T_1 = \frac{T_0}{\xi}\sqrt{\frac{3}{A_0}}, \quad T_2 = \frac{9}{\pi^2}\frac{\epsilon_0}{\xi^2}\frac{1}{A_0}, \quad \epsilon_0 = \frac{2k_0 v}{\pi}\xi^2 \tag{9}$$

$C_0(T)$ означает предел C при $T \to 0$: $C_0(T) = \frac{1}{3}p_F m^* T$.

При малых T (9) упрощается

$$C = C_0(T)\left\{a + (1-a)\left[\frac{2}{1+\left(1+\dfrac{T^2}{T_0^2}\right)^{1/2}}\right]^{1/2}\right\}. \tag{10}$$

На рис. 1 показана зависимость C от $\sqrt{T}$, соответствующая формуле (10). Видно, что C линейная функция $\sqrt{T}$ при $T > 0{,}03°$. Кривая на рис. 1 соответствует значениям $\xi^2 = 0{,}06$, $T_0 = 0{,}03°$, $T_1 = 0{,}2°$, $T_2 = 1{,}5°$.

Определив ξ^2 в области малых T из сравнения с экспериментом, можно найти зависимость C от T для больших T из (9). Эта зависимость соответствует кривой *1* на рис. 2. При $T > 0{,}5°$ $C(T)$ линейная функция T

$$\frac{\partial C}{\partial T} = \frac{1}{3} p_F m^*_0 , \qquad m^*_0 = a m^* . \tag{11}$$

Соотношение (11) выясняет физический смысл эффективной массы m^*_0, определенной в (7) и устанавливает связь между скоростью звука c и $C(T)$ при больших T

$$\partial C(T)/\partial T = p_F^2/9mc^2 .$$

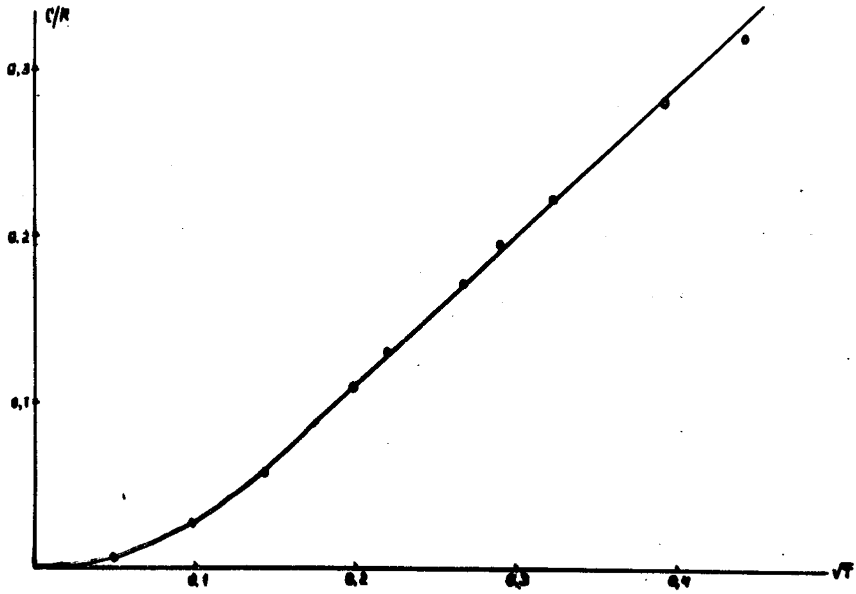

Рис. 1. Зависимость C от $\sqrt{T}$ при $T < 0{,}2°$

Кривая *1* на рис. 2 отвечает точности теории в 2% при $T < 0{,}3°$ и 20% при $T > 0{,}3°$. Кривая *2* соответствует значению $\xi^2 = 0{,}035$ и более точно описывает ход теплоемкости при больших T. Истинное значение ξ^2 находится между 0,035 и 0,06. Эти значения приводят к оценке максимальной величины магнитной восприимчивости $\chi(k_0)$

$$50 < \frac{\chi(k_0)}{\chi_0(0)} < 85, \qquad \frac{\chi(0)}{\chi_0(0)} \approx 9.$$

5. Таким образом, изложенная выше теория позволяет количественно описать свойства He^3 в широком интервале T. Температура $T = 0{,}5° \ll \epsilon_F$ является аналогом ω_D для твердого тела и имеет смысл

температуры вырождения газа парамагнонов. Теория ферми-жидкости применима как для малых $T < 0{,}05°$, так и для больших $T > 0{,}5°$ температур.

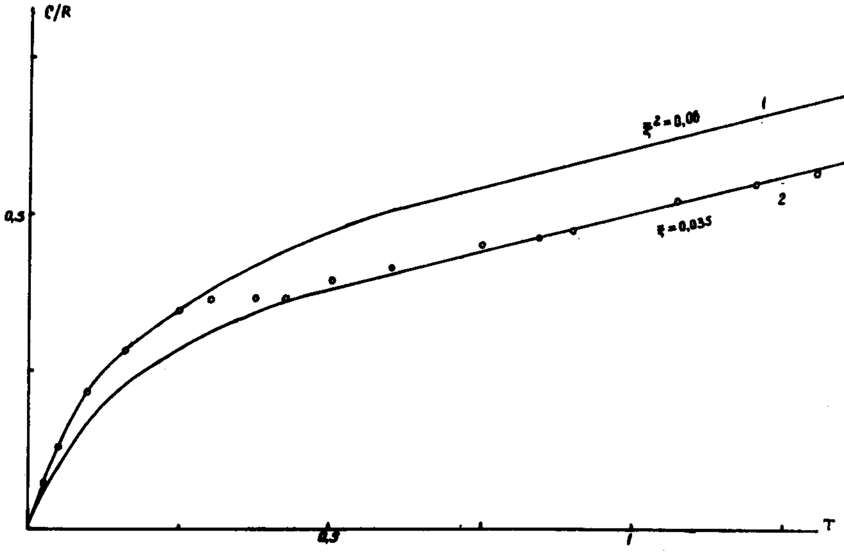

Рис. 2. Зависимость C от T при $T < 1{,}5°$ для двух значений ξ^2

Перечислим, кратко, другие аргументы в пользу близости He^3 к антиферромагнитному переходу, которые будут подробно рассмотрены в следующих сообщениях: 1) парамагноны уменьшают фазовый объем квазичастиц у ферми-поверхности, что затягивает переход в сверхтекучее состояние в область малых T; 2) сильная зависимость Γ от угла между p_1 и p_2 способствует спариванию с моментом не равным нулю; 3) вязкость почти антиферромагнитной жидкости порядка $1/\sqrt{T}$, теплопроводность постоянна ($0{,}05° < T < 0{,}5°$). Зависимость вязкости $\sim 1/\sqrt{T}$ наблюдалась экспериментально [4].

Выражаю благодарность А.Б.Мигдалу за обсуждения.

Институт теоретической физики
им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
26 декабря 1975 г.

Литература

[1] Л.Д.Ландау. ЖЭТФ, 30, 1058, 1956.

[2] Л.Д.Ландау. ЖЭТФ, 32, 59, 1957.

[3] А.И.Ларкин, В.И.Мельников. Письма в ЖЭТФ, 20, 386, 1974.

[4] К.Н.Зиновьева. ЖЭТФ, 34, 608, 1958.