

Квантовые стандарты частоты на основе солитонного состояния конденсата Бозе–Эйнштейна

Ю. В. Рождественский, Н. Н. Розанов¹⁾, В. А. Смирнов

Научно-исследовательский институт лазерной физики 199034 Санкт-Петербург, Россия,

Поступила в редакцию 29 июля 2002 г.

Предложен метод стабилизации частоты на основе использования в качестве атомного источника солитонного состояния конденсата Бозе–Эйнштейна щелочных атомов. Оценены критическое значение полного количества частиц конденсата для атомов лития, при котором возможно существование квазиодномерного солитона в конденсате, и время жизни такого солитона. Показано, что достижимая точность измерения частот реперных переходов в предложенном стандарте существенно выше, чем в известных квантовых стандартах частоты.

PACS: 42.50.Rh, 67.40.–w

Проведенные недавно в [1, 2] наблюдения солитонных состояний атомов ${}^7\text{Li}$ в цилиндрической оптической ловушке (см. также теоретический анализ [3–5]) открывают новые возможности в управлении пространственным движением бозе-эйнштейновского конденсата (БЭК) и позволяют существенно расширить область возможных физических приложений этого макроскопического квантового объекта.

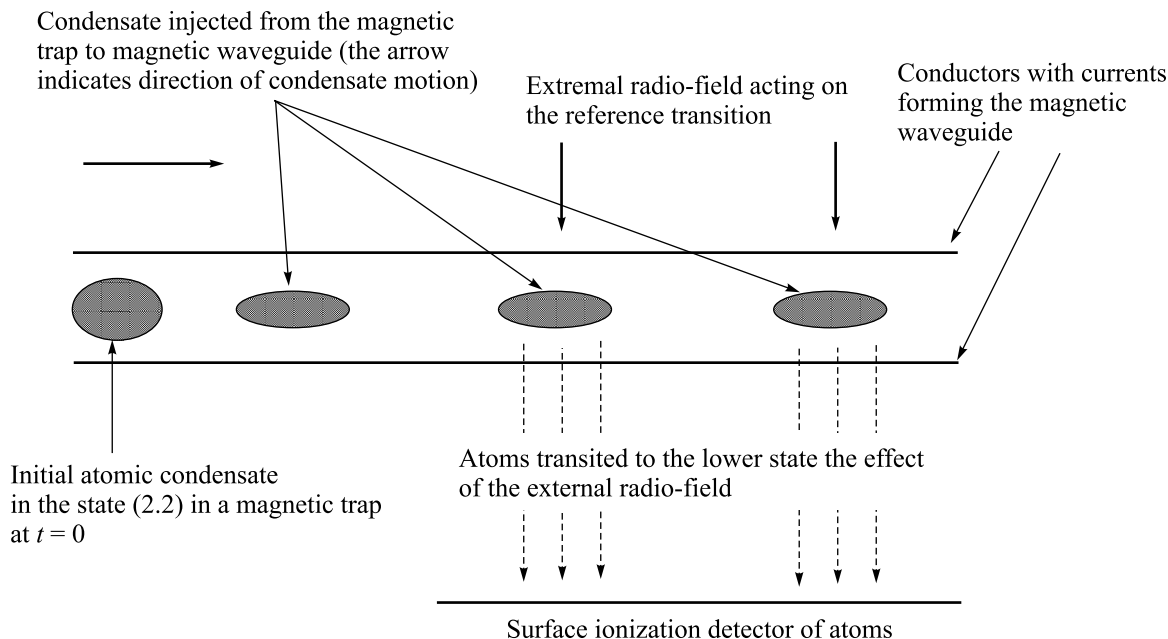
Одним из наиболее важных применений таких солитонных состояний является использование БЭК для стабилизации частоты и реализации на этой основе принципиально новых квантовых стандартов. Очевидным преимуществом использования солитонных состояний БЭК как атомного источника в квантовом стандарте частоты является значительное увеличение времени измерения τ с соответствующим уменьшением погрешности измеренной частоты $\delta\omega \approx 1/\tau$ при сравнительно малых линейных размерах установки. Так, в эксперименте [1] время жизни стабильных одномерных солитонных состояний БЭК атомов лития превышало 3 с. При скорости движения такого солитона ~ 1 см/с и размере области взаимодействия атомов с радиополем $L_i \approx 10$ см погрешность измерения частоты составит $\delta\omega \sim 0.05$ Гц, что почти на два порядка меньше измеренных ширин реперных переходов. Например, в современном первичном цезиевом стандарте для типичных значений скорости пролета $\langle v \rangle \approx 10^4$ см/с и длины $L < 5 \cdot 10^2$ см относительная погрешность измерения частоты составляет $\delta\omega \approx 3$ Гц [6].

Принципиальная схема квантового стандарта частоты, использующего в качестве атомного источника

стабильное солитонное состояние БЭК атомов лития, показана на рисунке. Так, сначала происходит образование БЭК в магнитной ловушке (в состоянии (2,2), где первое число – полный спин атома, а второе – его проекция), а затем полученный конденсат транспортируется в магнитный волновод (состоящий, например, из двух проводников с током [7]) со скоростью 1–5 мм/с. Пространственный размер такого солитона вдоль оси волновода определяется полным числом атомов в БЭК, а поперечные размеры – частотами осцилляции в магнитном потенциале проводников с током. При начальной концентрации атомов в конденсате выше некоторого критического значения и отрицательной длине рассеяния возникает солитонное состояние БЭК атомов лития, время жизни которого определяется двумя основными факторами: двухчастичными столкновениями атомов конденсата и давлением остаточного газа.

Далее, по мере движения по магнитному волноводу, происходит взаимодействие атомов БЭК в солитонном состоянии с радиополем, настроенным на частоту реперного перехода (в случае щелочных атомов используют переход между подуровнями сверхтонкой структуры). Поскольку изначально в конденсате находятся атомы в состоянии (2,2), то при взаимодействии с радиополем часть атомов переходит в нижнее состояние сверхтонкой структуры с изменением проекции магнитного момента. В результате эти атомы больше не будут удерживаться магнитным полем и покинут область конденсата. При этом все атомы, которые перешли под действием поля в нижнее состояние, покидая магнитный волновод, падают вертикально вниз и регистрируются, например, детектором с поверхностной ионизацией, ко-

¹⁾e-mail: rosanov@ilph.spb.su



Принципиальная схема квантового стандарта частоты на основе солитонного состояния конденсата Бозе–Эйнштейна

торый применяется в обычном цезиевом стандарте. Тогда по количеству атомов, покинувших конденсат, можно определить вероятность радиочастотного перехода, которая, в свою очередь, зависит от разности между частотой приложенного радиополя и частотой реперного перехода. При этом важным фактором, непосредственно влияющим на точность измерения частоты, является то, что на детектор попадают не только атомы, изменение спина которых связано с поглощением радиочастотного кванта, но и та часть атомов, у которой изменение спина происходит вследствие парных столкновений. Эта трудность может быть преодолена калибровкой измерительной системы (по данным в отсутствие радиочастотного поля).

Для реализации квантового стандарта, основанного на солитонных состояниях БЭК, необходимо рассмотреть условия формирования и распространения такого квазиодномерного солитонного состояния в магнитном волноводе [7]. Такое солитонное распределение БЭК образуется вдоль оси волновода \mathbf{z} , в то время как в поперечном направлении имеет место удержание конденсата в двумерной потенциальной яме вида

$$U = \frac{M}{2}(\alpha_x \omega_x^2 x^2 + \alpha_y \omega_y^2 y^2), \quad (1)$$

где M – масса атома, x и y – поперечные координаты частицы в потенциальной яме, $\alpha_{x,y}$ – постоянные взаимодействия по осям x и y , $\omega_{x,y}$ – частоты осцилляций.

Уравнение Гросса–Питаевского для одночастичной волновой функции атомов с отрицательной длиной рассеяния в направляющем (вдоль оси \mathbf{z}) магнитном волноводе с поперечным удерживающим потенциалом U имеет вид

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2M} \Delta \Psi + U \Psi - \frac{4\pi \hbar^2 a}{M} N |\Psi|^2 \Psi, \quad (2)$$

где a – абсолютная величина длины рассеяния, N – полное число атомов в конденсате. Приближенный вид нормированной волновой функции конденсата в нормальном состоянии Ψ_0 следующий [8]:

$$\Psi_0 = \frac{\sqrt{B/2}}{\text{ch}(Bz)} \chi_0(x) \chi_0(y) \exp(-i\gamma t), \quad (3)$$

где χ_0 – волновая функция нормального состояния гармонического осциллятора, отвечающего потенциалу (1), а константы B и γ определяются соотношениями

$$\gamma = \frac{\hbar}{2M} B^2, \quad B = a \frac{M \sqrt{\omega_x \omega_y}}{\hbar} N. \quad (4)$$

В солитонном состоянии естественное расплывание волновой функции атомов БЭК компенсируется эффективным нелинейным сжатием (последний член в правой части (2)). В отсутствие такой компенсации (нелинейный член в (2) мал) волновая функция расплывается с характерным временем

$$\tau_d = M/2\hbar B^2. \quad (5)$$

Отметим, что одномерные солитоны устойчивы по отношению к возмущениям их профиля. Такие возмущения могут быть вызваны, например, неоднородностями удерживающего поля магнитного волновода, а время затухания этих возмущений определяется также выражением (5). Вследствие потерь атомов, которые возникают из-за спин-спинового взаимодействия в парных столкновениях и при столкновениях с фоновыми атомами, концентрация атомов в БЭК со временем убывает. В конечном итоге это приводит к распаду солитона. Максимальная концентрация атомов достигается в центре солитона:

$$N_c^m = N |\Psi(x, y, z = 0)|^2 = B^2 / 2\pi a. \quad (6)$$

Эта же величина определяет длину солитона $L = 2/B$.

Конденсат может существовать только при достаточно высоких концентрациях атомов. Наиболее строгие ограничения на длину и, соответственно, на концентрацию атомов в солитоне возникают из требования $T < T_c$ где T_c – критическая температура [9]:

$$\begin{aligned} kT_c &= \frac{\sqrt{2}\hbar}{M} \left(\frac{N}{1.2}\right)^{1/3} \left(\frac{2\hbar^2 B^4}{M}\right)^{1/6} \left(\frac{M\omega^2}{2}\right)^{1/3} = \\ &= 1.1\sqrt{\pi} a^{1/6} \left(\frac{2\hbar}{M\omega}\right)^{2/3} \hbar\omega \sqrt{N_c^m}. \end{aligned} \quad (7)$$

В (7) мы положили поперечные частоты равными ($\omega_x \approx \omega_y = \omega$), а частота колебаний вдоль оси \mathbf{z} определяется в нашем случае размером солитона L . Для параметров конденсата лития $a = 1.43 \cdot 10^{-7}$ см [9] и поперечной частоты колебаний $\omega = 1.6 \cdot 10^2$ Гц [7] из условия $T < T_c$ следует $N_c^m > 10^{13}$ см $^{-3}$. При этом $B > 3 \cdot 10^3$ см $^{-1}$, то есть максимальная длина солитона $L_m = 7$ мкм, а общее число атомов в конденсате $N > N_{\min} = 2 \cdot 10^3$. Эти величины определяют предельные параметры солитона.

Время жизни солитона определяется скоростью уменьшения числа частиц в БЭК. В отсутствие внешних воздействий основной причиной потерь является взаимодействие электронных спинов при парных столкновениях атомов. Это взаимодействие приводит к одновременному перевороту спинов и выпаданию атомов из конденсата. Скорость этого процесса $\langle \sigma V \rangle = 5 \cdot 10^{-15}$ см 3 /с (σ – сечение, V – скорость атомов) [10]. Изменение концентрации атомов в БЭК описывается уравнением

$$\partial n / \partial t = -2n^2 \langle \sigma V \rangle, \quad (8)$$

где $n = \Phi N |\Psi_0|^2$. Как показывает оценка (5), возмущения волновой функции затухают достаточно быстро ($\tau_d \sim 10^{-2}$ с). В этом случае солитон расширяет-

ся адиабатически, что позволяет сохранить соотношение между функциями B и N (см. (4)) в любой момент времени. Интегрируя (8) по пространственным координатам, получим уравнение для полного числа атомов в БЭК:

$$\frac{1}{N^3} \frac{dN}{dt} = -\frac{2}{3} \left(\frac{M\omega}{\hbar}\right)^2 a \langle \sigma V \rangle. \quad (9)$$

Решение (9) описывает уменьшение концентрации N со временем:

$$t = \frac{3}{4} \left(\frac{1}{N^2} - \frac{1}{N_i^2}\right) \left[\left(\frac{M\omega}{\hbar}\right)^2 a \langle \sigma V \rangle\right]^{-1}, \quad (10)$$

где N_i – начальное число атомов. Оценивая время жизни солитона t_m как время, за которое число атомов уменьшится до критического значения $N_{\min} = 2 \cdot 10^3$ (рассчитано выше), получим для литиевого конденсата (при условии $N_i \gg N_{\min}$) $t_m \approx 50$ с. Таким образом, время наблюдения солитонного состояния БЭК атомов Li может достигать ~ 50 с, что соответствует погрешности измерения частоты реперного перехода $\delta\omega \approx 0.003$ Гц.

В то же время, вследствие своеобразного “эффекта Мессбауэра” поглощение света атомами конденсата становится коллективным [11] в случае, если скорость отдачи при поглощении кванта значительно меньше скорости звука в конденсате, что безусловно справедливо для переходов между уровнями сверхтонкой структуры. В результате происходит сдвиг линии поглощения, который зависит от числа частиц в конденсате. Оценим этот сдвиг из (4) по величине γ , определяющей исходное солитонное состояние БЭК. При использованных выше параметрах $\gamma > 400$ с $^{-1}$, а скорость изменения частоты составляет величину $\dot{\gamma} \approx 10$ с $^{-2}$. Для того чтобы использовать рассматриваемое нами устройство в качестве первичного стандарта частоты, дрейф частоты реперного перехода за время измерения ~ 50 с не должен превышать $\delta\omega \approx 1/50$ с $^{-1} = 0.003$ Гц, что соответствует скорости изменения частоты $\dot{\gamma} \leq 10^{-3}$ с $^{-2}$. Достигнуть такой стабильности частоты в БЭК из атомов ${}^7\text{Li}$ в состоянии (2,2) можно при понижении температуры конденсата до $T = 10^{-8}$ К. Используя (4), (6) и (7), можно также показать, что последнее ведет к уменьшению числа атомов в конденсате до $N = 300$.

Модификацией изложенного выше метода стабилизации частоты является формирование солитонных структур в БЭК в состоянии (1,1) атомов ${}^7\text{Li}$ при использовании резонанса Фешбаха [1,2]. Преимуществом формирования солитонных структур в

таким состоянием является то, что переход в возбужденное состояние при температурах конденсата практически невозможен, и время жизни атомов в конденсате определяется только их потерями вследствие трехчастичных столкновений. Предположим, что при каждом столкновении атомов в сфере с радиусом r_c , который определяется из сечения упругого рассеяния, происходит выпадение двух атомов из конденсата. Тогда, согласно [12], скорость распада можно определить как

$$dN_c^m/dt = -1.44\nu r_c^5 N_c^{m^3}, \quad (11)$$

и, положив длину рассеяния атомов $-a = -1.6 \cdot 10^{-8}$ см [1], получим для скорости сдвига частоты реперного перехода $\dot{\gamma} = \hbar\pi|a|\dot{N}_c^m/M = 10^{-3}$ с $^{-2}$, что соответствует времени измерения частоты ~ 50 сек.

Для использования состояния (1,1) БЭК атомов лития в стандарте частоты необходимо модифицировать схему измерения, приведенную на рисунке. Поскольку атомы Li в состоянии (1,1) не удерживаются магнитной ловушкой, должна быть использована оптическая ловушка, аналогичная описанной в [1, 2]. Тогда, после образования конденсата из атомов в состоянии (2,2) в магнитной ловушке, такой конденсат поступает в оптическую ловушку, образованную лазерным лучом. В ней под действием сильного радиочастотного поля происходит быстрое и практически полное преобразование конденсата из состояния (2,2) в состояние (1,1) и при посредстве резонанса Фешбаха формируется солитонное состояние БЭК. После взаимодействия с относительно слабым измерительным радиочастотным полем, которое возвращает часть атомов в состояние (2,2), конденсат вновь поступает в магнитную ловушку. В ловушке отсеиваются атомы в состоянии (1,1) и остаются только атомы в состоянии (2,2), то есть те, которые совершили переход в верхнее состояние. Число этих атомов и служит измеряемым сигналом.

Выше для оценок мы использовали характеристики конденсата атомов Li. Однако использование ре-

зонанса Фешбаха [1] позволяет контролировать величину и знак длины рассеяния и для других щелочных атомов (Na, Rb и Cs). Для того чтобы оптимизировать предлагаемый стандарт частоты, необходимо исследовать возможность существования стабильных солитонных состояний в этих газах.

Таким образом, нами показана принципиальная возможность использования для измерения частоты атомного реперного перехода солитонных состояний БЭК, что позволяет при имеющейся экспериментальной технике значительно улучшить характеристики квантовых стандартов частоты.

Авторы благодарны А. Н. Ораевскому за полезные обсуждения. Работа поддержана грантом ИНТАС # 855 и Российским фондом фундаментальных исследований # 02-02-17686.

-
1. K. E. Strecker, G. B. Partridge, A. G. Truscott, and R. G. Hulet, *Nature* **417**, 150 (2002).
 2. T. Bourdel, L. Khaykovich, F. Schreck et al., *IQEC'2002 Techn. Digest, Moscow, June 2002*, p. 54.
 3. A. E. Muryshev, van Linden, van den Heuvell, and G. V. Shlyapnicov, *Phys. Rev.* **A60**, R2665 (1999).
 4. Y. S. Kivshar, T. J. Alexander, and S. K. Turitsyn, *Phys. Lett.* **A278**, 225 (2001).
 5. N. N. Rosanov, A. G. Vladimirov, D. V. Skryabin, and W. J. Firth, *Phys. Lett.* **A293**, 45 (2002).
 6. В. В. Григорьянц, М. Е. Жаботинский, В. Ф. Золин, *Квантовые стандарты частоты*, М.: Наука, 1968, с. 94.
 7. J. A. Sauer, M. D. Barrett, and M. S. Chapman, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 270401 (2001).
 8. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, М.: Физматлит, 2001.
 9. E. R. I. Abraham, W. I. McAlexander, C. A. Sackett, and R. G. Hulet, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 1315 (1995).
 10. A. J. Moerdijk and B. J. Verhaar, *Phys. Rev.* **A53**, R19 (1996).
 11. W. Ketterle, *Physics Today*, December, 30 (1999).
 12. F. T. Smith, *J. Chem. Phys.* **36**, 248 (1962).