ОБ ОДНОЙ МОДЕЛИ В ТЕОРИИ ЭФФЕКТА ГАНА

С.И.Анисимов, В.И.Мельников, Э.И.Рашба

Аналитическая теория эффекта Гана [1–4] основывается на феноменологических уравнениях, в которых подвижность носителей μ и их коэффициент диффузии D считаются функциями напряженности электрического поля E. Она правильно описывает основные качественные закономерности эффекта Гана, однако в большинство интегралов, фигурирующих в теории, преобладающий вклад вносят области, в которых поле резко неоднородно, например, слой обогащения, образующий заднюю стенку домена сильного поля. В этих условиях применение функций $\mu(E)$ и $D(E)$ не является корректным по следующим причинам.

Во-первых, когда диффузионный ток сравним с полевым, мощность, приобретаемая носителями от поля, определяется их полным потоком, а не только полевым.

Во-вторых, вообще говоря, толщина слоя обогащения оказывается порядка длины остывания носителей $l_\epsilon \approx kT_e/eE_p$, где T_e – электронная температура, а E_p – поле, соответствующее максимальной скорости дрейфа. Действительно, в слое обогащения диффузионный и полевой токи должны быть одного порядка, что сразу же для его толщины дает оценку $l \sim D/\mu E_p \sim l_\epsilon$. Поскольку концентрация и поле резко изменяются на длине l_ϵ, феноменологическая теория теряет применимость, и задача, строго говоря, должна решаться с помощью кинетического уравнения (что связано с громадными трудностями)*.

Поэтому за исключением особых случаев феноменологическая теория может претендовать лишь на модельное описание эффекта. Тем не менее, целесообразна разработка новых моделей с тем, чтобы получить более полную картину и путем сравнения различных моделей с экспериментом оценить их относительные достоинства. Ниже рассматривается модель, в которой устранен первый из указанных выше дефектов теории.

Обозначим $x_p = \epsilon E_p / 4\pi e n_0$ и введем новые переменные $\mathcal{E} = E/E_p$, $\xi = x/x_p$, $\mathcal{D} = D/x_p$ и плотность тока $f = i/en_0$. Тогда для волн пространственного заряда, движущихся со скоростью c, известное уравнение для $\mathcal{E}$, учитывающее диффузию и дрейф, записывается в виде (см. [2])

$$-\mathcal{D}\mathcal{E}_\xi \frac{d\mathcal{E}_\xi}{d\mathcal{E}} + (\mu\mathcal{E} - c)(\mathcal{E}_\xi + 1) = f - c, \quad \mathcal{E}_\xi = \frac{d\mathcal{E}}{d\xi}. \tag{1}$$

Мощность, приобретаемая носителем в поле $\mathcal{E}$, равна

$$w = \mathcal{E}\,\bar{v} = \mathcal{E}\,\frac{f + c\mathcal{E}_\xi}{1 + \mathcal{E}_\xi}, \qquad (2)$$

где $f + c\mathcal{E}_\xi$ – ток, переносимый электрическими зарядами, $(1 + \mathcal{E}_\xi)$ – их концентрация в единицах n_0, а $\bar{v}$ – средняя скорость носителей.

Будем считать, что μ и $\mathcal{D}$ в каждой точке определяются значением w в этой точке; обозначим их как функции w через $\tilde{\mu}(w)$ и $\tilde{\mathcal{D}}(w)$. Эти функции следующим образом связаны с $\mu(\mathcal{E})$ и $\mathcal{D}(\mathcal{E})$, определенными для однородного поля $\mathcal{E}$, когда $w = \mathcal{E}^2\mu(\mathcal{E})$:

$$\tilde{\mu}(w) = \tilde{\mu}(\mathcal{E}^2\mu(\mathcal{E})) = \mu(\mathcal{E}), \quad \tilde{\mathcal{D}}(w) = \tilde{\mathcal{D}}(\mathcal{E}^2\mu(\mathcal{E})) = \mathcal{D}(\mathcal{E}). \qquad (3)$$

Если несколько преобразовать уравнение (1) и применить к нему критерий Бендиксона существования замкнутых интегральных кривых, то с учетом (2) можно показать, что он удовлетворяется при $f = c$. При этом (2) переходит в $w = \mathcal{E}f$ и (1) принимает вид

$$\frac{\mathcal{E}_\xi}{\mathcal{E}_\xi + 1}\,\frac{d\mathcal{E}_\xi}{dw} = \frac{w\tilde{\mu}(w) - f^2}{f^2\tilde{\mathcal{D}}(w)}; \qquad (4)$$

поэтому интеграл между экстремальными значениями поля в домене

$$\int\limits_{w_{min}}^{w_{max}} \frac{w\tilde{\mu}(w) - f^2}{\tilde{\mathcal{D}}(w)}\,dw = 0. \qquad (5)$$

Чтобы перейти к обычным функциям μ и $\mathcal{D}$, введем вспомогательное поле E в соответствии с определением $w = E^2\mu(E)$ и будем считать w монотонной функцией E. Тогда (5) принимает вид

$$\int\limits_{E_{min}}^{E_{max}} dE\,\frac{v^2(E) - f^2}{\mathcal{D}(E)}\,\frac{d(vE)}{dE} = 0,$$

$$v(E) \equiv E\mu(E) \qquad (6)$$

Поскольку $\mathcal{E} = E\,v(E)/f$, формула (6) позволяет аналогично [1,2] определить экстремальное поле в домене и найти предельный ток, разделяющий области существования доменов сильного и слабого поля; при этом результаты могут существенно отличаться от [1,2]. Результаты совпадают, лишь когда f близко к v_p или v_v – к экспериментальным значениям дрейфовой скорости. Интересно отметить, однако, что и в этих случаях, несмотря на то, что границы доменов становятся широкими в сравнении с l_ϵ, уравнения (1), записанные исходя из функций $\tilde{\mu}$, $\tilde{\mathcal{D}}$ и μ, $\mathcal{D}$, не совпадают между собой и в пределе отличаются множителем 2 перед $(\mu\mathcal{E} - c)$.

В (1), однако, не учтен термодиффузионный ток. Между тем, в [7] было показано, что он может существенно изменить скорость доменов, когда их ширина невелика. Если ввести термодиффузионный ток просто путем замены** $\widetilde{\mathfrak{D}}(dn/d\xi)$ на $(d/d\xi)(\widetilde{\mathfrak{D}}n)$, то в нашем случае изменения могут быть еще более существенными, так как, например, из-за зависимости $\widetilde{\mathfrak{D}}(w)$ от $\mathcal{E}_\xi$ коэффициент при старшей производной $\mathcal{E}_{\xi\xi}$ изменится с $\widetilde{\mathfrak{D}}$ на $\widetilde{\mathfrak{D}} + (c\mathcal{E} - w)\widetilde{\mathfrak{D}}_w$, а последняя величина, вообще говоря, не является знакопостоянной.

Институт теоретической физики
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
26 января 1968 г.

Литература

[1] P.N.Butcher. Phys. Lett., 19, 546, 1965.
[2] J.W.Allen, W.Shockley, G.L.Pearson. J.Appl. Phys., 37, 3191,1966; B.W.Knight, G.A.Peterson. Phys. Rev., 155, 393, 1967.
[3] В.Л.Бонч-Бруевич, Ш.М.Коган. ФТТ, 7, 23, 1965; В.Л.Бонч-Бруевич. ФТТ, 8, 1753, 1966.
[4] А.Ф.Волков. ФТТ, 8, 3187, 1966.
[5] D.E.McCumber, A.G.Chynoweth. IEEE Trans., ED-13, 4, 1966.
[6] E.M.Conwell, M.O.Vassell. IEEE Trans., ED-13, 22, 1966.
[7] J.Copeland. J. Appl. Phys., 37, 3602, 1966.

---

* Эта трудность была обойдена в детальной работе [5] путем введения электронной температуры и исследования ее динамики. Однако при актуальных температурах и концентрациях распределение Максвелла не успевает устанавливаться (см. [6]) и поэтому подход [5] также носит модельный характер.

** Это следует из кинетического уравнения при наличии времени релаксации.