

## К ТЕОРИИ СПИНОВОЙ РЕЛАКСАЦИИ ПРИ КОНЕЧНЫХ ТЕМПЕРАТУРАХ В РЕЖИМЕ КВАНТОВОГО ЭФФЕКТА ХОЛЛА НЕЧЕТНОГО ЗАПОЛНЕНИЯ

С.М.Дикман<sup>1)</sup>, С.В.Иорданский<sup>+</sup>

Институт физики твердого тела РАН  
142432 Черноголовка, Московской обл., Россия

<sup>+</sup> Институт теоретической физики им. Л.Д.Ландау РАН  
117334 Москва, Россия

Поступила в редакцию 20 сентября 1999 г.

Рассматривается релаксация спина в двумерном электронном газе (2D EG) как установление равновесия в газе спиновых экситонов, происходящее вследствие процессов, меняющих их число. Выше некоторой температуры, порядка 1 К, доминирующим каналом оказывается коалесценция. Процесс слияния экситонов возможен в результате спин-орбитального и кулоновского взаимодействий в 2D EG. Темп коалесценции экспоненциально падает при низких температурах. Рассчитано время релаксации и критическая температура, ниже которой основным становится уже другой процесс аннигиляции, вызываемый экситон-фононным взаимодействием.

PACS: 73.20.-г, 73.40.Hm, 75.30.Ds, 76.60.Es

1. Исследования спиновой релаксации представляют собой один из способов определения фундаментальных свойств двумерного электронного газа (2D EG) [1–8]. С одной стороны, двумерность существенно усиливает спин-орбитальное взаимодействие для электронов проводимости в гетероструктурах GaAs/AlGaAs, но, с другой стороны, кулоновские корреляции в режиме квантового эффекта Холла кардинальным образом перестраивают энергетический спектр в 2D EG, что в результате может привести не к ускорению, а к торможению релаксации (ср. результаты экспериментов [1–3] и [4]).

Отклонение спиновой системы 2D EG от равновесия может быть описано как появление спиновых волн или, что то же самое, спиновых экситонов, состоящих из связанных кулоновским взаимодействием эффективной дырки в распределении поляризованных по полю электронов и электрона с противоположным спином [9, 10]. Возникновение одного спинового экситона с ненулевым 2D импульсом приводит к изменению на единицу проекции спина всех электронов,  $S_z \rightarrow S_z - 1$  (ось  $z$  направлена вдоль магнитного поля). При этом полный спин  $S$  тоже уменьшается на единицу:  $S \rightarrow S - 1$ . Появление спинового экситона с нулевым импульсом (так называемого “нулевого” экситона, см. [7, 8]) аналогичным образом меняет компоненту  $S_z$  на единицу, но оставляет неизменным  $S$ , что соответствует отклонению полного спина  $S$  от направления поля  $B$  без изменения самой величины  $S$ . В обоих случаях процесс спиновой релаксации может быть описан в терминах аннигиляции или рождения спиновых экситонов, если считать малой концентрацию экситонов с ненулевым импульсом.

Экспериментальная реализация начального состояния как состояния, при котором спин всей системы повернут как целое относительно своего равновесного направления, наталкивается на методические трудности. В эксперименте [4] при нечетном

<sup>1)</sup> e-mail: dickmann@issp.ac.ru

заполнении ( $\nu = 2n + 1$ ) полный спин электронов оставался всегда поляризован по полю, однако величина  $S$ -в процессе релаксации отличалась от равновесной. Таким образом, в этом эксперименте число нулевых экситонов было пренебрежимо мало по сравнению с полным числом экситонов, имеющих ненулевой импульс. Релаксацию концентрации таких “ненулевых” экситонов мы рассматривали в нашей предыдущей работе [8]. При этом изучался процесс аннигиляции (или, напротив, рождения) спинового экситона, сопровождающийся испусканием (поглощением) акустического фонона. Процесс определялся спин-орбитальным и электрон-фононным взаимодействиями. В результате, время жизни экситона оказывается слабо зависящим от температуры<sup>2)</sup> и, согласно расчету, превосходит измеренное в [4] более чем на порядки.

Помимо этого существует другой канал спиновой релаксации, связанный с меж-экситонными столкновениями, приводящими к коалесценции экситонов. Именно он является предметом исследования настоящей работы. Оценим в этом случае характер температурной зависимости для времени установления спинового равновесия. Аннигиляция экситонов при этом связана со спин-орбитальным взаимодействием и происходит без участия фононов. Сохранение энергии в элементарном акте требует выполнения равенства

$$\epsilon(q_1) + \epsilon(q_2) = \epsilon(|q_1 + q_2|), \quad (1)$$

где  $\epsilon(q)$  – энергия спинового экситона, зависящая от его двумерного волнового вектора  $q$ . В нашей задаче существенны только значения  $ql_B \ll 1$  ( $l_B$  – магнитная длина), поэтому

$$\epsilon(q) \approx |g\mu_b B| + (ql_B)^2/M, \quad (2)$$

где  $M$  – спин-экситонная масса (в реальных гетероструктурах  $M^{-1} \approx 40 \div 80$  К, а зеемановская щель такова, что  $|g\mu_b B| \approx 3$  К при  $B = 10$  Тл). В результате связь (1) сводится к  $q_1 q_2 l_B^2 = M|g\mu_b B|$ , что во всяком случае ограничивает снизу суммарную кинетическую энергию взаимодействующих экситонов:  $(q_1^2 + q_2^2)l_B^2/2M \geq |g\mu_b B|$ . При подсчете общего потока аннигиляции фазовые объемы волновых векторов, при которых происходит коалесценция, войдут с весом  $\exp[-(q_1^2 + q_2^2)l_B^2/2MT]$ , что даст множитель  $\exp(-|g\mu_b B|/T)$ . Обратное время жизни экситона для рассматриваемого процесса должно быть пропорционально концентрации экситонов, которая при низких температурах вблизи равновесия тоже ведет себя как  $\exp(-|g\mu_b B|/T)$  (см. [8, 11]). В итоге, при малых  $T$  эффективное время релаксации определяется экспоненциальным законом  $\exp(2|g\mu_b B|/T)$ . Мы увидим, что при  $T \approx 1.5$  К (эта температура как раз соответствует эксперименту [4]) доминирующим оказывается именно “коалесцентный” канал релаксации, и наш расчет вполне согласуется с результатами измерений [4].

2. Запишем одночастичный гамильтониан для 2D электронов в гетероструктуре GaAs/AlGaAs:

$$H_1 = -|g\mu_b B|\sigma_z/2 + \hbar\omega_c \left[ l_B^2 k^2/2 - vl_B(\mathbf{k} \times \boldsymbol{\sigma})_z/\sqrt{2} - ul_B(\mathbf{k}\boldsymbol{\sigma})/\sqrt{2} \right]. \quad (3)$$

Здесь  $\omega_c = eB/m_e^*c$  – циклотронная частота,  $l_B$  – магнитная длина,  $\boldsymbol{\sigma}$  – матрицы Паули, а  $\mathbf{k}$  – 2D оператор:  $k_i = -i\nabla_i + eA_i/c\hbar$  ( $i = x, y$ ). Член с коэффициентом

<sup>2)</sup> Температурная зависимость для этого канала релаксации связана с тем, что спин-орбитальное взаимодействие, будучи пропорционально 2D волновому вектору  $q$  экситонов, эффективно ослабевает с понижением температуры, поскольку  $\langle q^2 \rangle \propto T$ .

и появляется из-за отсутствия зеркальной симметрии в направлении  $\hat{z}$  и оказывается пропорциональным нормальной составляющей электрического поля в 2D слое [12]. Член, содержащий параметр  $u$ , происходит из-за снятия спинового вырождения в зоне проводимости кристалла, не имеющего центра инверсии [13]. При записи представления (3) мы предполагали, что нормальное слою 2D EG направление  $\hat{z}$  параллельно одной из главных осей кристалла GaAs. Окончательные ответы зависят только от комбинации  $u^2 + v^2$ . Если  $B = 10$  Тл, а эффективная толщина слоя (см., например, ее определение в [8])  $d = 5$  нм, то  $u^2 + v^2 \sim 10^{-4} - 10^{-5}$ . Эта комбинация обратно пропорциональна  $B$  и в асимптотическом пределе  $d \rightarrow 0$  обратно пропорциональна  $d^4$  (см. [8]).

Гамильтониан (3) с точностью до членов первого порядка по  $u$  и  $v$  включительно диагонален в спинорном базисе:

$$\Psi_{npa} = \begin{pmatrix} \psi_{np} \\ v\sqrt{n+1}\psi_{n+1p} + iu\sqrt{n}\psi_{n-1p} \end{pmatrix}, \quad \Psi_{npb} = \begin{pmatrix} -v\sqrt{n}\psi_{n-1p} + iu\sqrt{n+1}\psi_{n+1p} \\ \psi_{np} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где  $\psi_{np}(\mathbf{r}) = L^{-1/2} e^{ip_y y} \phi_n(pl_B^2 + x)$  – волновая функция электрона в калибровке Ландау ( $L \times L$  – размер 2D системы,  $\phi_n$  – осцилляторная функция  $n$ -й гармоники). Соответствующее разложение одноэлектронных операторов рождения  $\Psi^+(\mathbf{r})$  и уничтожения  $\Psi(\mathbf{r})$  по базису состояний  $a$  и  $b$  (4) может быть подставлено в формулу

$$\mathcal{H}_{int} = \frac{1}{2} \int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \Psi^+(\mathbf{r}_1) \Psi^+(\mathbf{r}_2) \tilde{V}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \Psi(\mathbf{r}_2) \Psi(\mathbf{r}_1) \quad (5)$$

для получения эффективного кулоновского гамильтониана 2D EG. Мы будем решать задачу в приближении сильного магнитного поля (см. [9, 10, 14] и [7, 8, 15]). Это позволяет для целочисленного заполнения найти в первом приближении по параметру  $E_C/\hbar\omega_c$  ( $E_C = e^2/\epsilon l_B$  – характерная кулоновская энергия) точные ответы для собственных состояний нижней части спектра [9, 10, 14]. При этом удобно использовать так называемое экситонное представление [7, 8, 15, 16], переходя от фермиевских операторов рождения и уничтожения в состояниях (4) к операторам

$$\mathcal{Q}_q^+ = \frac{1}{\sqrt{\mathcal{N}}} \sum_p e^{-iq_x p} b_{p+\frac{q_y}{2}}^+ a_{p-\frac{q_y}{2}}, \quad \begin{pmatrix} A_q^+ \\ B_q^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{-q} \\ B_{-q} \end{pmatrix} = \frac{1}{\mathcal{N}} \sum_p e^{-iq_x p} \begin{pmatrix} a_{p+\frac{q_y}{2}}^+ a_{p-\frac{q_y}{2}} \\ b_{p+\frac{q_y}{2}}^+ b_{p-\frac{q_y}{2}} \end{pmatrix} \quad (6)$$

(см. также [17, 18]). Здесь  $\mathcal{N}$  – число квантов магнитного потока, равное в случае нечетного заполнения числу электронов на наивысшем не пустом  $n$ -м уровне Ландау. В формулах (6) орбитальный индекс  $n$  опущен, он предполагается одинаковым у всех состояний  $a$  и  $b$ , поскольку рассматриваются спиновые возбуждения в пределах одного уровня. Генератором спин-экситонных состояний является оператор  $\mathcal{Q}_q^+$ , действующий на основное состояние  $|0\rangle$ . Мы будем рассматривать только нечетные заполнения, так что в состоянии  $|0\rangle$  спины всех электронов на  $n$ -м уровне Ландау выстроены по магнитному полю. Полный гамильтониан электронов в экситонном представлении выражается через операторы (6), причем “содержательными” являются только те его члены, которые не коммутируют с  $\mathcal{Q}_q^+$ . Кроме того, в рамках приближения первого порядка по  $E_C/\hbar\omega_c$  достаточно рассматривать лишь члены, не “смешивающие” различные уровни Ландау.

Итак, запишем  $\mathcal{H} = \mathcal{H}_1 + \mathcal{H}_2 + \mathcal{H}_2'$ . Здесь  $\mathcal{H}_1$  – не коммутирующая с  $\mathcal{Q}_q^+$  часть одноэлектронного гамильтониана  $\int d\mathbf{r} \Psi^+ H_1 \Psi$ , а именно:  $\mathcal{H}_1 = |g\mu_b B| \mathcal{B}_0$ . Соответ-

ствующая часть  $\mathcal{H}_2$  оператора (5) в нулевом приближении по спин-орбитальным параметрам  $u$  и  $v$  может быть также выражена через экситонные операторы (6); она в итоге определяет спектр спиновых волн  $\epsilon(q)$  (см. [9, 10, 14]). Нас будут интересовать только малые  $q$ , тогда справедлива формула (2), в которой

$$\frac{1}{M} = l_B^2 \int_0^\infty \frac{q^3 dq}{4\pi} V(q) e^{-q^2 l_B^2 / 2} [L_n(q^2 l_B^2 / 2)]^2. \quad (7)$$

Наконец,  $\mathcal{H}'_2$  — это члены первого порядка по параметрам  $u$  и  $v$  оператора (5):

$$\mathcal{H}'_2 = N^{1/2} \sum_{\mathbf{q}} (iuq_+ - vq_-) U(q) (A_{\mathbf{q}}^+ + B_{\mathbf{q}}^+) Q_{\mathbf{q}} + \text{э. с.}, \quad (8)$$

где функция  $U(q)$  выражается через фурье-компоненту  $V(q)$  усредненного в слое кулоновского потенциала  $\bar{V}(\mathbf{r})$ , и полиномом Лагерра  $U(q) = V(q) e^{-q^2 l_B^2 / 2} [L_n(q^2 l_B^2 / 2)]^2 / 2\pi l_B^2$  (мы также использовали в (8) обычные обозначения  $q_{\pm} = \mp i(q_x \pm iq_y) / \sqrt{2}$ ).

3. Элементарный акт соответствует переходу от состояния  $|q_1, q_2\rangle = Q_{q_1}^+ Q_{q_2}^+ |0\rangle$  к состоянию  $|q_1 + q_2\rangle = Q_{q_1+q_2}^+ |0\rangle$  или наоборот. Двухэкситонное состояние  $|q_1, q_2\rangle$  является "почти" собственным с энергией  $\epsilon(q_1) + \epsilon(q_2)$ , поскольку  $[\mathcal{H}_1 + \mathcal{H}_2, Q_{q_1}^+ Q_{q_2}^+] |0\rangle = [\epsilon(q_1) + \epsilon(q_2)] |q_1, q_2\rangle + \dots$ , где многоточие обозначает пренебрежимо малые члены, имеющие норму порядка  $E_C / N^{1/2}$ . Оператор (8) не сохраняет число экситонов и определяет величину матричного элемента перехода:

$$\mathcal{M}(q_1, q_2) = \langle q_1 + q_2 | \mathcal{H}'_2 | q_1, q_2 \rangle. \quad (9)$$

Последняя величина находится достаточно легко с использованием приведенных в работе [8] коммутационных соотношений для операторов (6). В случае малых  $q_1$  и  $q_2$  подсчет дает:

$$\mathcal{M}(q_1, q_2) = \frac{2l_B}{MN^{1/2}} [iu(q_{1-} + q_{2-}) - v(q_{1+} + q_{2+})], \quad q_1 l_B \ll 1, \quad q_2 l_B \ll 1, \quad (10)$$

где величина  $\mathcal{M}$  определяется формулой (7).

Темп релаксации или, что то же самое, полный поток аннигилирующих экситонов определяется стандартной формулой теории возмущений:

$$R = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2} \frac{2\pi}{\hbar} |\mathcal{M}(q_1, q_2)|^2 \delta(\epsilon_1 + \epsilon_2 - \epsilon_{12}) [n_1 n_2 (1 + n_{12}) - n_{12} (1 + n_1) (1 + n_2)]. \quad (11)$$

С целью компактной записи здесь введены обозначения  $\epsilon_i = \epsilon(q_i)$ ,  $n_i = n(\epsilon_i)$  ( $i = 1, 2$ ) и  $\epsilon_{12} = \epsilon(|q_1 + q_2|)$ ,  $n_{12} = n(\epsilon_{12})$ , где  $n(\epsilon)$  — бозевская функция распределения экситонов:

$$n(\epsilon) = \frac{1}{\exp[(\epsilon - \mu)/T] - 1} \quad (\mu < |g\mu_B B|). \quad (12)$$

Предполагается, что тепловое равновесие между экситонами устанавливается гораздо быстрее чем происходит их аннигиляция (то есть чем релаксирует спин).

С помощью (1), (2), (9) и (12) поток  $R$  полностью определен. Он является функцией величин  $B$ ,  $T$  и числа экситонов в системе  $N$ . Химический потенциал задан

связью числа экситонов с полным спином 2D EG:  $N(\mu) = N - S$  (см. [8, 11]); причем  $N|_{\mu=0} = N_0$ , где  $N_0$  – равновесное число экситонов. Мы рассчитаем темп релаксации в его конечной стадии, когда  $|\Delta S| \equiv N - N_0 \ll N_0$ . В этом случае должно быть  $\mu \ll T$ . Переходя в (11) от суммирования к интегрированию, находим  $R = (N - N_0)/\tau_{II}$ , где обратное время спиновой релаксации зависит только от  $T$  и  $B$ :

$$1/\tau_{II}(B, T) = \frac{2\pi}{\hbar} (u^2 + v^2) |g\mu_b B| \exp(-2|g\mu_b B|/T) F(|g\mu_b B|/T). \quad (13)$$

Функция  $F(\beta)$  определяется выражением

$$F(\beta) = \frac{1}{\pi\beta} \iint_{\xi\eta > \beta^2/4} \frac{d\xi d\eta (\xi + \eta) e^{\beta - \xi - \eta}}{(\xi\eta - \beta^2/4)^{1/2} (1 - e^{-\beta - \xi}) (1 - e^{-\beta - \eta}) (1 - e^{-2\beta - \xi - \eta})}, \quad (14)$$

она плавно убывает, принимая значения  $F(\beta \ll 1) \approx 1.86/\beta^2$ ,  $F(1) \approx 2.92$ ,  $F(\beta \gg 1) \approx 1$ . Заметим, что величина  $T$ , входящая в формулу (13), является температурой 2D EG в момент установления равновесного спина.

Формула (13) подтверждает экспоненциальную зависимость темпа релаксации от температуры. Отметим, что в окончательный ответ не входит масса спинового экситона. Однако неявная зависимость от номера уровня Ландау  $n$  определяется магнитным полем  $B$ , обеспечивающим целочисленное заполнение  $\nu = 2n + 1$  при фиксированной поверхностной плотности электронов.

4. Сравнение ответа (13) с измеренным экспериментально временем релаксации позволяет оценить значение  $u^2 + v^2$ . Полагая в соответствии с работой [4]  $B = 4.9$  Тл,  $T = 1.5$  К и  $\tau_{II} \approx 10$  нс, найдем  $u^2 + v^2 \approx 2 \cdot 10^{-4}$ . Такая величина вполне отвечает как теоретическим оценкам, так и экспериментально измеренным параметрам спин-орбитального взаимодействия.

Можно сравнить обратное время релаксации (13) с соответствующей величиной  $\tau_{I}^{-1}$ , определяемой электрон-фононным взаимодействием [8] (ответ в этом случае зависит от массы  $M$ ). Очевидно, что полное обратное время спиновой релаксации есть сумма:

$$1/\tau_{SR} = 1/\tau + 1/\tau_{II}, \quad (15)$$

где  $\tau(B, T)$  задана формулой (6.30) в [8]. Мы выполним расчет для случая когда  $1/M = 19B^{1/2}$  К, а  $u^2 + v^2 = 10^3/B$  ( $B$  в теслах), так что в результате получим<sup>3)</sup>

$$\frac{1}{\tau} = 4.8 \cdot 10^4 \left[ TB^{1/2} \gamma_1(\beta) + 190T^2 B^{-3} \gamma_2(\beta) \right] \text{ с}^{-1}, \quad \frac{1}{\tau_{II}} = 2.48 \cdot 10^8 e^{-2\beta} F(\beta) \text{ с}^{-1}. \quad (16)$$

Здесь  $\beta = |g\mu_b B|/T \approx 0.3B/T$  (поле измеряется в теслах, температура в градусах К), а функции  $\gamma_k$  определены в [8] ( $\gamma_k(\beta \gg 1) \approx \kappa$ ,  $\gamma_k(\beta \ll 1) \propto \beta$ ). Зависимость от температуры полного обратного времени релаксации (15) показана на рис.1. Для различных значений поля переход от низкотемпературного режима, определяемого временем  $\tau$ , к высокотемпературному, с характерным временем  $\tau_{II}$ , происходит при различных значениях  $T$ . Область перехода хорошо заметна на приведенном рисунке, так как при этом меняет знак вторая производная  $d^2\tau_{SR}^{-1}/dT^2$ .

<sup>3)</sup> Остальные параметры, необходимые для расчета  $\tau$ , приведены в работе [8]. Заметим, что там численная оценка экситонной массы выполнялась для ультрадвумерного случая (то есть, когда  $d \ll l_B$ ). Кроме того, мы не делали в [8] различия между скоростями продольного и поперечного звуков. Теперь мы учли, что в деформационное взаимодействие дают вклад продольные фононы, а "пьезоэлектрическая" часть в нашем конкретном случае определяется только поперечными.

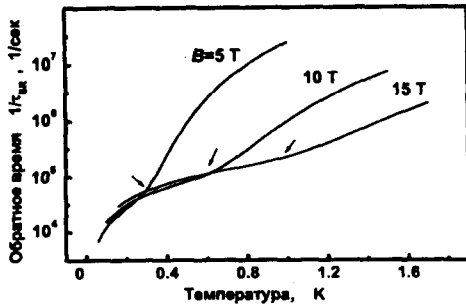


Рис.1. Зависимость полного обратного времени спиновой релаксации (15) от температуры для трех различных значений магнитного поля 5, 10 и 15 Тл. Стрелки указывают область перехода от низкотемпературного режима релаксации к высокотемпературному

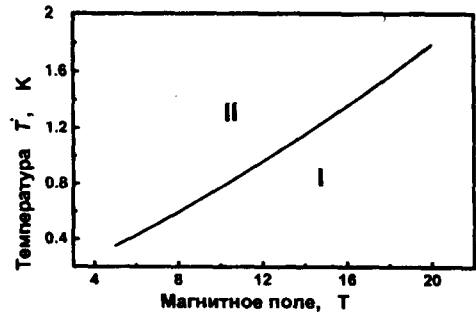


Рис.2. Температура перехода  $T^*$  как функция магнитного поля. Область I отвечает первому каналу релаксации спинов (соответствующее время  $\tau_1$  рассчитано в работе [8]). В области полей и температур II релаксация определяется временем  $\tau_{II}$  (см. выражения (15) и (16) в тексте)

Температуру перехода от одного режима релаксации к другому можно определить из уравнения  $\tau_1(B, T^*) = \tau_{II}(B, T^*)$ . Результат, который показан на рис.2, не зависит от величины спин-орбитального взаимодействия. Область значений  $B$  и  $T$  под кривой  $T^*(B)$  отвечает каналу спиновой релаксации с  $\tau_{SR} \approx \tau_1$ , соответственно над кривой – каналу с  $\tau_{SR} \approx \tau_{II}$ . Очевидно, условия эксперимента [4] характеризуются параметрами  $B$  и  $T$ , соответствующими значениям далеко в глубине области II. Мы надеемся, что настоящая работа послужит стимулирующим фактором для выполнения экспериментов в более широком диапазоне магнитных полей и температур (при фиксированном нечетном заполнении), так, чтобы оказалось возможным наблюдение перехода между двумя различными режимами релаксации.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований.

1. S.Bar-Ad and I.Bar-Joseph, Phys. Rev. Lett. **68**, 349 (1992).
2. G.Müller, L.Weiss, A.V.Khaetskii et al., Phys. Rev. **B45**, 3932 (1992).
3. V.Srinivas, Y.J.Chen, and C.E.Wood, Phys. Rev. **B47**, 10907 (1993).
4. В.Е.Житомирский, В.Е.Кирпичев, А.И.Филин и др., Письма в ЖЭТФ **58**, 429 (1993).
5. G.Bastard, Phys. Rev. **B46**, 4253 (1992).
6. A.V.Khaetskii, Phys. Rev. **B45**, 13777 (1992).
7. С.М.Дикман, С.В.Иорданский, Письма в ЖЭТФ **63**, 43 (1996).
8. С.М.Дикман, С.В.Иорданский, ЖЭТФ **110**, 238 (1996).
9. Ю.А.Бычков, С.В.Иорданский, Г.М.Элиашберг, Письма в ЖЭТФ **33**, 152 (1981).
10. C.Kallin and B.I.Halperin, Phys. Rev. **B30**, 5655 (1984).
11. И.В.Лернер, Ю.Е.Лозовик, ЖЭТФ **81**, 1488 (1981).
12. Ю.А.Бычков, Э.И.Рашба, Письма в ЖЭТФ **39**, 66 (1984).
13. М.И.Дьяконов, В.Ю.Качоровский, ФТП **20**, 178 (1986).
14. И.В.Лернер, Ю.Е.Лозовик, ЖЭТФ **78**, 1167 (1980).
15. S.Dickmann, Physica **B263-264**, 202 (1999).
16. A.V.Dzyubenko and Yu.E.Loikov, J. Phys. A: Math. Gen. **24**, 415 (1991).
17. M.Rasolt, B.I.Halperin, and D.Vanderbilt, Phys. Rev. Lett. **57**, 126 (1986).
18. Ю.А.Бычков, С.В.Иорданский, ФТТ **29**, 2442 (1987).