

ПОЛЯРИЗОВАННЫЕ БИФОТОНЫ КАК "ОПТИЧЕСКИЕ КВАРКИ"

А.В.Бурлаков, Д.Н.Клышко

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова¹⁾

119899 Москва, Россия

Поступила в редакцию 6 мая 1999 г.

Анализируются трансформационные свойства и измеримые параметры квазимонохроматического оптического поля, состоящего из двух фотонов с одинаковыми направлениями распространения и средней частотой. Такое поле, аналогично кваркам, имеет симметрию SU(3).

PACS: 03.65.Bz, 42.50.-p

Поле параметрического рассеяния света при малых интенсивностях накачки описывается суперпозицией вакуума и двухфотонных состояний. Соответствующую частицу, то есть пару фотонов, коррелированных по моментам излучения, поляризации и направлению называют бифотоном. Нас будет интересовать вырожденный случай, когда средняя энергия, направление и тип поляризации излучаемых фотонов одинаковы. При наблюдении детекторами с достаточно низким частотным разрешением под малыми углами рассеяния (вырожденный коллинеарный синхронизм типа eoo) можно полагать сигнальный и холостой фотоны неразличимыми (практически это означает, что они не различаются используемыми детекторами) и использовать одномодовое описание поля. Если при этом не учитывать вакуумную компоненту $|0, 0\rangle$, то получаем простейший случай, когда поле параметрического рассеяния описывается фоковским вектором $|2, 0\rangle \equiv |2\rangle_x \otimes |0\rangle_y = (a_x^\dagger)^2 |0, 0\rangle / \sqrt{2}$ (x, y – индексы поляризации, a_x^\dagger – оператор рождения фотона, поляризованного вдоль направления x). Вектор $|2, 0\rangle$ описывает бифотон, поляризованный вдоль определенного направления x .

Возникает вопрос о возможности синтеза бифотонов в заданных заранее произвольных поляризационных состояниях, об их поляризационных свойствах, а также об удобной систематике и параметризации подобных состояний. Эти проблемы могут представлять интерес в связи с возможными применениями для передачи и хранения информации [1], при создании элементов квантовых компьютеров [2]. Некоторые эксперименты в этом направлении описаны в [3,4], однако систематические теоретические и экспериментальные исследования, по-видимому, отсутствуют.

Мы здесь ограничимся рассмотрением общих свойств идеализированных чистых состояний двухфотонного поля (бифотонов), которые можно представить в виде

$$|\psi\rangle = c_1|2, 0\rangle + c_2|1, 1\rangle + c_3|0, 2\rangle \quad (\sum |c_k|^2 = \sum d_k^2 = 1). \quad (1)$$

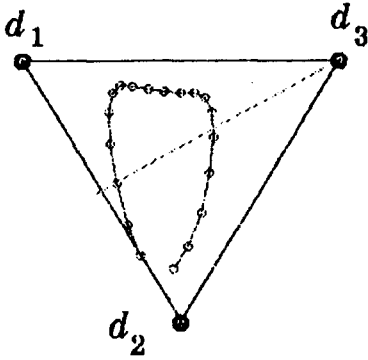
Здесь $|m, n\rangle$ – фоковское состояние с определенными числами фотонов ($m, n = 0, 1, 2$) в каждой из двух поляризационных мод. Примем следующую параметризацию и обозначения:

$$c_k \equiv d_k \exp(i\phi_k), \quad \phi_2 \equiv 0, \quad d_1 \equiv \sin \theta \cos \phi, \quad d_2 \equiv \cos \theta, \quad d_3 \equiv \sin \theta \sin \phi$$

¹⁾ e-mail: postmast@qopt.ilc.msu.su

$$(\theta, \phi \in [0, \pi/2], \quad \phi_{1,3} \in [0, 2\pi]). \quad (2)$$

Таким образом, произвольное состояние поляризации бифотона $|\psi\rangle$ с определенными энергией и направлением задается четырьмя вещественными числами, например, $(d_1, d_3, \phi_1, \phi_3)$ или $(\theta, \phi, \phi_1, \phi_3)$. При этом $|\psi\rangle$ можно отобразить в точку, принадлежащую поверхности сферы S^4 в 5-мерном пространстве (здесь имеется аналогия со сферой Пуанкаре в обычной поляризационной оптике или в случае однофотонного состояния). Для наглядности удобно использовать "треугольные" координаты (см. рисунок), при этом состояние отображается на треугольник с координатами (d_1, d_2, d_3) и на квадрат с координатами (ϕ_1, ϕ_3) . При линейном преобразовании бифотона его поляризационное состояние изменяется и изображающая точка перемещается в пространстве $(d_1, d_3, \phi_1, \phi_3)$ или $(\theta, \phi, \phi_1, \phi_3)$. Пример такой траектории бифотона представлен на рисунке.



Пример траектории "оптического кварка", которую он описывает под действием преобразователя поляризации без потерь при изменении оптической длины преобразователя. Для наглядности используются "треугольные" координаты, при этом каждой точке внутри треугольника соответствует состояние с определенными коэффициентами $d_k \equiv |c_k|$. Например, центр треугольника изображает суперпозицию с $d_k = 1/\sqrt{3}$, в частности, состояние $|\psi\rangle = (|2, 0\rangle + |1, 1\rangle + |0, 2\rangle)/\sqrt{3}$, а углы треугольника – состояния $|2, 0\rangle$, $|1, 1\rangle$ и $|0, 2\rangle$ (т, н) – фокковское состояние с определенными числами фотонов в трех поляризационных модах)

Вектор $e \equiv (c_1, c_2, c_3)$ определяет поляризационные свойства бифотонного поля, и его можно называть вектором поляризации бифотона. Пространство векторов $\{e\}$ и множество унитарных матриц 3×3 G со свойствами $GG^+ = 1$, $\det(G) = 1$, описывающих сохраняющее норму линейное преобразование этого пространства, образуют трехмерное унитарное представление группы Ли $SU(3)$. Как известно (см. [5]), это группа с размерностью 8 и рангом 2 (то есть она имеет 8 генераторов преобразований, два из которых коммутируют друг с другом). Соответственно матрица G , соединяющая две заданные точки в пространстве $\{e\}$ и описывающая преобразование поляризации бифотона (без потерь), задается восемью параметрами. (Для сравнения вспомним группу $SU(2)$ с размерностью 3 и рангом 1, генерируемую тремя матрицами Паули, при этом две точки на сфере Пуанкаре соединяются вращением, задаваемым тремя углами Эйлера.) Всевозможные матрицы преобразования пространства $\{e\}$ и все операторы можно представить в виде суперпозиции 8 генераторов группы, например, операторов Гелл-Манна λ_k и единицы I . Из блочной структуры операторов λ_k следует, что $SU(3)$ имеет 3 подгруппы $SU(2)$.

Таким образом, здесь имеется формальная аналогия между бифотонами и кварками: базисным двухфотонным состояниям $|2, 0\rangle$, $|1, 1\rangle$ и $|0, 2\rangle$ можно поставить в соответствие три кварка u, d и s , а бифотону в произвольном состоянии (1) соответствует суперпозиция состояний u, d, s . (Для "настоящих" кварков такие промежуточные состояния запрещены правилами суперотбора, которые обеспечивают сохранение заряда, странности). Пары и тройки бифотонов образуют мультиплеты, соответствующие различным мезонам и адронам.

Рассмотрим далее возможность управления бифотонами с помощью методов поляризационной оптики. Действие преобразователей поляризации без потерь (фазовых пластин) на бифотон можно описывать унитарными матрицами 3×3 : $e' = Ge$, где

$$G = \begin{pmatrix} t^2 & \sqrt{2}tr & r^2 \\ -\sqrt{2}tr^* & |t^2| - |r^2| & \sqrt{2}t^*r \\ r^{*2} & -\sqrt{2}t^*r^* & t^{*2} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Здесь t и r – амплитудные коэффициенты пропускания и отражения данного преобразователя. Например, линейной фазовой пластине с оптической толщиной δ и ориентацией χ относительно горизонтального направления x соответствует преобразование $t = \cos \delta + i \sin \delta \cos(2\chi)$, $r = i \sin \delta \sin(2\chi)$. В случае пластины " $\lambda/4$ " имеем $d = \pi/4$ и $t = (1 + i \cos 2\chi)/\sqrt{2}$, $r = i \sin 2\chi/\sqrt{2}$; при $\chi = 45^\circ$ $t = 1/\sqrt{2}$, $r = i/\sqrt{2}$ – линейная поляризация преобразуется в круговую. Пластина " $\lambda/2$ " дает $t = i \cos 2\chi$, $r = i \sin 2\chi$ – поворот линейной поляризации на 2χ ; при $\chi = 45^\circ$ имеем $t = 0$, $r = i$ – преобразование $x \leftrightarrow y$. В частности, из состояния $(|2, 0\rangle + |0, 2\rangle)/\sqrt{2} = |1\rangle_+ |1\rangle_-$ можно приготовить состояние $|1, 1\rangle$ (индексы $+$, $-$ соответствуют круговой поляризации). Оба состояния $(|2, 0\rangle + |0, 2\rangle)/\sqrt{2}$ и $|1, 1\rangle$ принадлежат множеству с одинаковой поляризацией (степень поляризации $P = 0$), поэтому для этого достаточно превратить линейную поляризацию в круговую с помощью пластины " $\lambda/4$ " ориентированной под углом 45° , при этом $t = 1/\sqrt{2}$, $r = i/\sqrt{2}$.

Произвольные комбинации из нескольких фазовых пластин описываются матрицами $G(\theta, \varphi, \psi)$, зависящими от трех углов Эйлера, см. [5]. Они дают неприводимое унитарное представление группы $SU(2)$ с размерностью 3×3 в пространстве $\{e\}$. Ясно, что с помощью только фазовых пластин нельзя реализовать произвольное преобразование бифотона из одного заданного состояния в другое – не хватает 5 параметров. Иначе говоря, пространство $\{e\}$ не является однородным относительно действия фазовых пластин: нельзя получить любой вектор e' из любого начального вектора e с помощью только фазовых пластин.

Это ясно сразу из того, что фазовые пластины сохраняют степень поляризации. Таким образом, фазовые пластины реализуют лишь некоторую подгруппу группы $SU(3)$. Кроме степени поляризации, фазовые пластины без потерь сохраняют, конечно, общее число фотонов в двух поляризационных модах: $S_0 = 2$ (этот параметр является инвариантом группы $SU(3)$).

Итак, произвольная комбинация фазовых пластин, которая описывается тремя углами Эйлера, не позволяет из заданного начального состояния $|\psi\rangle_0$ (4 параметра) приготовить произвольный бифотон в состоянии $|\psi\rangle$, задаваемом также 4 параметрами. Например, при параметрическом рассеянии типа (eoo) генерируются поляризованные бифотоны с $|\psi\rangle = |2, 0\rangle$, при этом $e = (1, 0, 0)$ и $P = 1$. Эти бифотоны нельзя с помощью фазовых пластин привести в состояние $|1, 1\rangle$ (обладающее "скрытой поляризацией" [6]), в котором $P = 0$. Для синтеза произвольного бифотона необходимо реализовать преобразование, изменяющее его степень поляризации между 0 и 1. Для приготовления бифотона с регулируемой степенью поляризации можно использовать параметрический преобразователь с несколькими нелинейными кристаллами. Можно также применить неунитарные преобразования.

Рассмотрим основные непосредственно измеряемые в квантовой оптике параметры – стационарные нормально-упорядоченные моменты второго и четвертого поряд-

ков. Набор вторых моментов имеет вид

$$n_x = \langle a_x^+ a_x \rangle = 2d_1^2 + d_2^2 = 1 + \sin^2 \theta \cos 2\phi, \quad (4)$$

$$n_y = \langle a_y^+ a_y \rangle = d_2^2 + 2d_3^2 = 1 - \sin^2 \theta \cos 2\phi, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \langle a_x^+ a_y \rangle &= \sqrt{2}(c_1^* c_2 + c_2^* c_3) = \sqrt{2}d_2[d_1 \exp(i\phi_{21}) + d_3 \exp(i\phi_{32})] = \\ &= 2^{-1/2} \sin 2\theta [\cos \phi \exp(-i\phi_1) + \sin \phi \exp(i\phi_3)]. \end{aligned} \quad (6)$$

Нетрудно показать, что степень поляризации бифотона равна

$$\begin{aligned} P &= [\Sigma(\frac{1}{2}\langle S_k \rangle)^2]^{1/2} = \{(|c_1|^2 - |c_3|^2)^2 + 2|c_1^* c_2 + c_2^* c_3|^2\}^{1/2} = \\ &= \{(d_1^2 - d_3^2)^2 + 2d_2^2[d_1^2 + d_3^2 + 2d_1 d_3 \cos(\phi_1 + \phi_3)]\}^{1/2} = \\ &= \sin \theta \{\cos^2 2\phi + \cos^2 \theta [1 + \sin^2 2\phi + 2 \sin^2 2\phi \cos(\phi_3 + \phi_1)]\}^{1/2}. \end{aligned} \quad (7)$$

Параметры Стокса $\langle S_k \rangle$ (см. [7]) для бифотона имеют вид

$$\langle S_1 \rangle = 2(d_1^2 - d_3^2) = 2 \sin^2 \theta \cos 2\phi, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \langle S_2 \rangle &= 2\sqrt{2}\text{Re}(c_1^* c_2 + c_3^* c_2) = 2\sqrt{2}d_2(d_1 \cos \phi_{21} + d_3 \cos \phi_{32}) = \\ &= \sqrt{2} \sin 2\theta (\cos \phi \cos \phi_1 + \sin \phi \sin \phi_3), \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \langle S_3 \rangle &= 2\sqrt{2}\text{Im}(c_1^* c_2 + c_3^* c_2) = 2\sqrt{2}d_2(d_1 \sin \phi_{21} + d_3 \sin \phi_{32}) = \\ &= \sqrt{2} \sin 2\theta (\sin \phi \sin \phi_3 - \cos \phi \sin \phi_1). \end{aligned} \quad (10)$$

Удобно ввести также следующий набор четвертых моментов:

$$A \equiv \langle a_x^+ a_x^2 \rangle = 2d_1^2 = 2 \sin^2 \theta \cos^2 \phi, \quad (11)$$

$$B \equiv \langle a_y^+ a_y^2 \rangle = 2d_3^2 = 2 \sin^2 \theta \sin^2 \phi, \quad (12)$$

$$C \equiv \langle a_x^+ a_x a_y^+ a_y \rangle = d_2^2 = \cos^2 \theta, \quad (13)$$

$$D \equiv \langle a_x^+ a_x a_y \rangle = \sqrt{2}c_1^* c_2 = \sqrt{2}d_1 d_2 \exp(-i\phi_1) = \sin 2\theta \cos \phi \exp(-i\phi_1) / \sqrt{2}, \quad (14)$$

$$F \equiv \langle a_x^+ a_y^+ a_y^2 \rangle = \sqrt{2}c_2^* c_3 = \sqrt{2}d_2 d_3 \exp(i\phi_3) = \sin 2\theta \sin \phi \exp(i\phi_3) / \sqrt{2}, \quad (15)$$

$$E \equiv \langle a_x^+ a_y^2 \rangle = 2c_1^* c_3 = 2d_1 d_3 \exp(i\phi_{31}) = \sin^2 \theta \sin 2\phi \exp(i\phi_{31}) \quad (16)$$

($\phi_{31} \equiv \phi_3 - \phi_1$). Отсюда следуют две связи $A + B + 2C = 2$, $DFE^* = ABC/2$ и можно исключить параметры $C = 1 - (A + B)/2$ и $E = ABC/2DF$. Существенно, что моменты A, B, C вещественны и не зависят от фазы накачки. Отметим, что комплексные моменты D, F, E при отсутствии вакуумной компоненты $|00\rangle$ могут иметь сравнимую с A, B, C величину.

В заключение подчеркнем, что переход при обработке информации от обычно рассматриваемого "двухуровневого" пространства $SU(2)$ (q -биты [2]) к пространству $SU(3)$ (кварки) дает новые возможности и может представлять практический интерес (в частности, в квантовых компьютерах). Однако для реализации этой программы необходимо преодолеть ряд технических проблем.

Настоящая работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант #99-02-16419) и Российского фонда по поддержке ведущих научных школ (Квантовые явления в нелинейной оптике, грант #96-15-96673).

-
1. A.K.Ekert, J.G.Rarity, P.R.Tapster, and G.M.Palma, Phys. Rev. Lett. **69**, 1293 (1992).
 2. C.H.Bennett, G.Brassard, C.Crepeau et al., Phys. Rev. Lett. **70**, 1895 (1993); D.P.Di Vincenzo, Phys. Rev. **A51**, 1015 (1995).
 3. A.V.Burlakov, M.V.Chekhova, D.N.Klyshko et al., Phys. Rev. **A56**, 3214 (1997).
 4. A.В.Бурлаков, Д.Н.Клышко, С.П.Кулик и др., Письма в ЖЭТФ **65**, 20 (1997).
 5. А.Садбери, *Квантовая механика и физика элементарных частиц*, М.: Мир, 1989.
 6. D.I.Guzun and A.N.Penin, Proc. SPIE **2799**, 249 (1996).
 7. Д.Н.Клышко, ЖЭТФ **111**, 1955 (1997).