

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ СХЕМА КВАНТОВОЙ ТЕЛЕПОРТАЦИИ ОДНОФОТОННОГО ПАКЕТА

С.Н.Молотков

Институт физики твердого тела РАН
142432 Черноголовка, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 18 июня 1998 г.

Предложен полный протокол и оптическая схема для экспериментальной реализации квантовой телепортации неизвестного однофотонного волнового пакета.

PACS: 03.65.Bz, 03.67.-a, 42.50.Dv

Квантовая механика запрещает клонирование (копирование) неизвестного квантового состояния (по *cloning* теорема [1]). Возможно ли передать удаленному пользователю заранее неизвестное квантовое состояние, не передавая само это состояние? Любое измерение с целью получения классической информации о состоянии для дальнейшей ее передачи, вообще говоря, изменяет само состояние, не давая о нем полной информации. Изготовление множества копий, а затем измерение их для получения исчерпывающей информации, запрещено по *cloning* теоремой. Таким образом, передать информацию о неизвестном квантовом состоянии, используя только передачу информации по классическому каналу связи, невозможно.

Квантовая телепортация снимает это ограничение, если в дополнение к классическому каналу использовать квантовый канал связи. Идея квантовой телепортации для случая квантовых состояний, описываемых дискретной переменной, в частности для частицы со спином $1/2$ в неизвестном состоянии, была выдвинута в работе [3]. В качестве квантового канала используются нелокальные EPR-корреляции [2, 3]¹⁾. EPR-пара – пара частиц, находящихся в запутанном (*entangled*) состоянии. Запутанность (*entanglement*) представляет собой особый тип квантовых корреляций, не имеющих классического аналога.

Протокол квантовой телепортации, предложенный в работе [4], выглядит следующим образом. Для телепортации заранее неизвестного квантового состояния имеющегося у пользователя *A*, к удаленному пользователю *B* пользователь *A* генерирует EPR-пару. Одна из частиц EPR-пары остается у *A*, а вторая направляется к удаленному пользователю *B*. Над оставшейся второй частицей из EPR-пары и частицей в неизвестном состоянии *A* производит совместное измерение, исход которого дает классическую информацию. Измерение, из-за исходно существующих нелокальных квантовых корреляций в EPR-паре, навязывает состояние неизвестной частицы второй частице из EPR-пары у пользователя *B*. Состояние второй частицы с точностью до унитарного поворота совпадает с неизвестным состоянием. Классическая информация, полученная при измерении передается пользователем *A* к *B* и указывает ему, какое унитарное преобразование следует осуществить, чтобы получить новое состояние, которое уже будет точной копией исходного неизвестного. В процессе телепортации пользователь *A* не получает никакой информации о неизвестном телепортированном состоянии.

¹⁾ Название происходит от известного эффекта Эйнштейна – Подольского – Розена [2].

Квантовая телепортация была недавно продемонстрирована экспериментально для фотона, находящегося в состоянии с неизвестной поляризацией [5,6].

Вопрос о телепортации волновой функции частицы в одномерном случае, когда непрерывными динамическими переменными являются координата и импульс, исследовался в работе [7], где в качестве волновой функции EPR-пары использовалась волновая функция в форме [2]. В недавней работе [8] исследовалась квантовая телепортация квантового состояния, описываемого динамическими переменными (x, p) (неизвестное состояние в [8] соответствует одномодовому состоянию фотона) для случая неидеальных EPR-корреляций. В качестве EPR-состояния было использовано квадратурно-сжатое состояние, а измерению отвечала, по сути, процедура гомодинного детектирования.

В данной работе предлагается новая схема (полный протокол и экспериментальная реализация) телепортации многомодового состояния – однофотонного волнового пакета при помощи EPR-пары, находящейся в entangled состоянии по переменным энергия-время.

Для дальнейшего упрощения формул будем считать, что состояние поляризации пакета известно. Нижеследующие рассуждения годятся и для случая неизвестной поляризации, что может быть учтено введением дополнительного индекса. Состояние однофотонного волнового пакета может быть представлено в виде (см., например, [9])

$$|1\rangle_3 = \int_0^\infty d\omega f(\omega) \hat{a}^+(\omega) |0\rangle = \int_0^\infty d\omega f(\omega) |\omega\rangle_3, \quad (1)$$

$$[\hat{a}(\omega), \hat{a}^+(\omega')] = I\delta(\omega - \omega'), \quad \int_0^\infty |f(\omega)|^2 d\omega = 1,$$

где $\hat{a}^+(\omega)$, $\hat{a}(\omega)$ – операторы рождения и уничтожения одномодового фоковского состояния $|\omega\rangle_3$, $|0\rangle$ – вакуумное состояние, $f(\omega)$ – амплитуда пакета. Индекс 3 указывает номер канала (см. рисунок). Матрица плотности в произвольный момент времени имеет вид

$$\rho(3) = \left(\int_0^\infty d\omega e^{-i\omega t} f(\omega) |\omega\rangle_3 \right) \left(\int_0^\infty d\omega' {}_3\langle \omega' | e^{i\omega' t} f^*(\omega') \right). \quad (2)$$

Состояние EPR-пары фотонов в нашем случае может быть представлено в виде (подобные EPR-пары фотонов получаются в процессах параметрической конверсии вниз по энергии [10])

$$|\psi_{EPR}\rangle_{1,2} = \int_0^\infty d\omega |\omega\rangle_1 \otimes |\Omega - \omega\rangle_2, \quad \rho_{EPR}(1,2) = |\psi_{EPR}\rangle_{1,2} {}_{1,2}\langle \psi_{EPR}|, \quad (3)$$

где Ω – частота накачки, 1, 2 – индексы номеров каналов (см. рисунок). Нормировка состояния (3) для дальнейшего будет несущественна.

Согласно общей схеме [11–13], квантовомеханические измерения описываются положительными операторами, реализующими разложение единицы. Измерениям наблюдаемых, которым соответствуют самосопряженные операторы, отвечают ортогональные разложения единицы. Параметрам (времени, углу поворота) не отвечают никакие самосопряженные операторы, поэтому такие измерения описываются неортогональными разложениями единицы [11–13].

Идея телепортации применительно к данному случаю состоит в использовании совместного (entangled) измерения энергии-времени для пары фотонов, одного из

EPR-пары и фотона в неизвестном состоянии. Измерение дается неортогональным разложением единицы [14]:

$$\iint M(dtd\Omega_+) = \iint R^+ R(dtd\Omega_+) = I, \quad (4)$$

где R – “редукционный” оператор, $M(dtd\Omega_+)$ описывает квантовую операцию и является положительно-определенной операторной мерой – POVM (см. детали, например, в [15,16]); имеем [14]

$$M(dtd\Omega_+) = \left(\int d\omega_- e^{i\omega_- t} |\omega_+ + \omega_- \rangle_1 \otimes |\omega_+ - \omega_- \rangle_3 \right) \times \quad (5)$$

$$\times \left(\int d\omega'_- e^{-i\omega'_- t} \langle \omega_+ - \omega'_- | \otimes \langle \omega_+ + \omega'_- | \right) \frac{dtd\omega_+}{2\pi},$$

$\omega_{\pm} = \Omega_{\pm}/2$. Интегрирование распространяется на те значения частот, при которых аргументы в фокских состояниях положительны. Обратим внимание на то, что частота ω_+ – общая в bra и ket состояниях.

Согласно общей идеологии квантовомеханических измерений [10–13, 15, 16], применение квантовой операции (измерения) к системе с матрицей плотности ρ переводит ее в новое состояние

$$\rho \rightarrow R_i \rho R_i^+ / \text{Tr}\{R_i \rho R_i^+\}.$$

Вероятность i -го исхода дается формулой $\text{Pr} = \text{Tr}\{R_i \rho R_i^+\}$, где $E_i = R_i^+ R_i$ – элемент POVM.

В нашем случае после измерения пользователем A состояние второго фотона из EPR-пары у пользователя B задается матрицей плотности

$$\bar{\rho}(2) = \frac{\text{Tr}_{1,3}\{\rho_{\text{EPR}}(1,2) \otimes \rho(3)M(dtd\Omega_+)\}}{\text{Pr}\{dtd\Omega_+\}}, \quad (6)$$

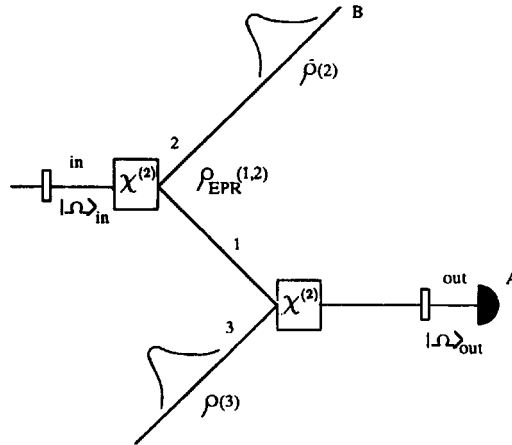
$$\text{Pr}\{dtd\Omega_+\} = \text{Tr}_{1,2,3}\{\rho_{\text{EPR}}(1,2) \otimes \rho(3)M(dtd\Omega_+)\}, \quad (7)$$

$$\bar{\rho}(2) = \left(\int d\omega e^{-i(\Omega_+/2+\omega)t} f(\Omega_+ - \omega) |\Omega - \omega \rangle_2 \right) \times$$

$$\times \left(\int d\omega' e^{i(\Omega_+/2+\omega')t} \langle \Omega - \omega' | f^*(\Omega_+ - \omega') \right). \quad (8)$$

Формально измерение (4) отвечает ситуации, когда момент измерения t и частота Ω_+ выбираются экспериментатором, вероятность положительного исхода такого измерения дается формулой (7). Телепортация будет идеальной, если выбрано $\Omega_+ = \Omega$ (частота регистрации детектора ω_+ совпадает с частотой накачки Ω). В этом случае состояние $\bar{\rho}(2)$, как следует из (6), совпадает с $\rho(3)$ с точностью до фазового множителя, который может быть устранен пользователем B , если по классическому каналу A сообщит ему момент регистрации t . Заметим, что при $\Omega_+ = \Omega$ момент регистрации t не зависит от неизвестного состояния $\rho(3)$.

Физически измерение (4) можно понимать таким образом. У пользователя A имеется континуум детекторов, “настроенных” на частоты в интервале $(0, \infty)$, каждый из которых может сработать в произвольный момент времени t , формально, от $(-\infty, \infty)$. Вероятность срабатывания в некоторый момент t детектора на частоте



Ω_+ дается формулой (7). Только для одного детектора, настроенного на частоту Ω , вероятность срабатывания не зависит от времени (равновероятна в любой момент времени). Только при срабатывании детектора на частоте Ω телепортация будет идеальной. При этом вероятность срабатывания, как следует из формулы (7), не зависит от неизвестного входного состояния. Пользователь A не получает никакой информации о телепортированном состоянии.

Поскольку измерения могут проводиться в пространственно удаленных точках, то под временами в формулах нужно понимать приведенные времена ($t \rightarrow t - x/c$) за вычетом времени “долета”. Как будет видно ниже, в случае идеальной телепортации это будет не важно.

Главная трудность в осуществлении телепортации однофотонного пакета заключается в реализации измерения (4). Измерение (4) над парой фотонов является промежуточным между измерением времени и частоты. Ниже предлагается экспериментальная реализация данного измерения. Идея состоит в том, чтобы превратить пару фотонов в один, над которым проводить измерение при помощи узкополосного фотодетектора. Последнее достаточно просто может быть реализовано экспериментально.

Экспериментальная схема представлена на рисунке. Первый нелинейный кристалл с восприимчивостью второго порядка χ и узкополосный фильтр на частоту Ω служат для генерации EPR-пары в каналах 1 и 2. По каналу 3 поступает неизвестный однофотонный пакет. Последний может быть приготовлен возбуждением двухуровневой системы π -импульсом в далеком прошлом. Второй нелинейный кристалл, узкополосный фильтр на частоте Ω за ним и далее обычный фотодетектор реализуют измерение (4). В канале 2 возникает телепортированное состояние.

Рассмотрим последовательно эволюцию входных состояний через оптическую схему. Состояние после первого узкополосного фильтра перед первым нелинейным кристаллом описывается монохроматическим состоянием с матрицей плотности

$$\rho_{in}(in) = |\Omega\rangle_{in} \langle \Omega|, \quad (9)$$

которое может быть получено вырезанием узкой полосы первым фильтром из вспомогательного однофотонного пакета, подающегося на вход in (рисунок). Взаимодействие фотонов в нелинейном кристалле описывается гамильтонианом в представле-

нии взаимодействия (см. детали в [17, 18]):

$$H_1(t) = \chi \int d\mathbf{x} E_{in}^{(+)}(\mathbf{x}, t) E_1^{(-)}(\mathbf{x}, t) E_2^{(-)}(\mathbf{x}, t) + h.c., \quad (10)$$

все несущественные константы считаем включенными в определение χ , которую, как это обычно и делается [17, 18], будем считать не зависящей от частоты. Операторы электрического поля для дальнейшего удобно представить в виде [9]

$$E_i^{(-)}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty d\omega e^{i(\omega t - \mathbf{kx})} \hat{a}^+(\omega) |0\rangle_i = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty d\omega e^{i(\omega t - \mathbf{kx})} |\omega\rangle_i, \quad (11)$$

где i – номер канала. Аналогично поступаем и для $E_i^{(+)}(\mathbf{x}, t)$. С учетом (11) имеем

$$H_1(t) = \frac{\chi}{(2\pi)^{3/2}} \iiint d\omega_1 d\omega_2 d\omega_{in} e^{it(\omega_1 + \omega_2 - \omega_{in})} |\omega_1\rangle_1 \otimes |\omega_2\rangle_2 \langle in | \omega_{in} \rangle \times \\ \times \int_{vol} d\mathbf{x} e^{-i\mathbf{x}(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_{in})} + h.c. \quad (12)$$

Во втором интеграле интегрирование проводится по объему кристалла, что дает δ -символ по импульсам, и приводит к условию фазового синхронизма [18] ($\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_{in}$), которое будем считать выполненным (далее это означает, что $\mathbf{k}_2 \parallel \mathbf{k}_s$, рисунок). Далее под χ понимается перенормированное значение с учетом дополнительных множителей от второго интеграла. Восприимчивость первого порядка, которая всегда имеется, для наших целей можно не учитывать, поскольку связанные с ней члены в гамильтониане не дают вклада в канале *out*.

Состояние после первого кристалла в каналах 1 и 2 описывается матрицей плотности

$$\rho_{EPR}(1, 2) = S(t) \rho_{in}(in) S^{-1}(t), \quad (13)$$

где $S(t)$ – S -матрица:

$$S(t) = e^{i \int_{-\infty}^t H_1(t') dt'} = 1 + S^{(1)} + S^{(2)} + \dots \quad (14)$$

В первом порядке по χ имеем

$$S^{(1)} = i\chi \iint d\omega_1 d\omega_{in} |\omega_1\rangle_1 \otimes |\omega_{in} - \omega_1\rangle_2 \langle in | \omega_{in} \rangle + h.c. \quad (15)$$

Верхний предел интегрирования в экспоненте в S может быть заменен на ∞ , физически это связано по существу с тем, что входное состояние является монохроматическим (грубо говоря, бесконечно протяженным по времени), и процесс телепортации является формально стационарным. С точностью до нормировки, которая несущественна, состояние в каналах 1, 2 описывается матрицей плотности

$$\rho_{EPR}(1, 2) = \chi^2 \left(\int_0^\infty d\omega |\omega\rangle_1 \otimes |\Omega - \omega\rangle_2 \right) \left(\int_0^\infty d\omega' \langle \omega' | \otimes \langle \Omega - \omega' | \right). \quad (16)$$

Измерение фотодетектором, перед которым поставлен узкополосный фильтр на частоту Ω , формально описывается проектором $P(\Omega) = |\Omega\rangle_{out} \langle out | \Omega\rangle$.

Телепортированное состояние в канале 2 после регистрации фотодетектором описывается матрицей плотности (опять с точностью до нормировки)

$$\tilde{\rho}(2) = \text{Tr}_{out} \{ S(t) \rho_{in}(in) \otimes \rho(3) S^{-1}(t) P(\Omega) \}, \quad (17)$$

где $S(t)$ уже полная S -матрица всей оптической схемы:

$$S(t) = \exp\{i \int_{-\infty}^t [H_1(t') + H_2(t')] dt'\} = 1 + S^{(1)} + S^{(2)} + \dots, \quad (18)$$

где $H(t)_2$ – гамильтониан для второго нелинейного кристалла, который с точностью до замены индексов аналогичен $H(t)_1$ в (12). Вклад в процесс телепортации дают члены S -матрицы вида

$$\begin{aligned} S^{(2)} \propto \chi^2 \left(\iint d\omega_1 d\omega_{in} |\omega_1\rangle_1 \otimes |\omega_{in} - \omega_1\rangle_2 \text{in} \langle \omega_{in}| \right) \times \\ \times \left(\iint d\omega'_1 d\omega_{out} |\omega_{out}\rangle_{out} \text{in} \langle \omega'_1| \otimes |\omega'_3\rangle \otimes \text{in} \langle \omega_{out} - \omega'_1| \right). \end{aligned} \quad (19)$$

С учетом (19) матрица плотности в канале 2 с точностью до нормировки совпадает с исходной матрицей плотности неизвестного волнового пакета:

$$\tilde{\rho}(2) = \chi^4 \left(\int_0^\infty d\omega f(\omega) |\omega\rangle_3 \right) \left(\int_0^\infty d\omega'_3 \langle \omega | f^*(\omega') \right). \quad (20)$$

Из (17) также следует, что вероятность регистрации в выходном канале *out* не зависит от неизвестного состояния и пропорциональна

$$\text{Pr} = \text{Tr}_{2,out} \{ S(t) \rho_{in}(in) \otimes \rho(3) S^{-1}(t) P(\Omega) \} \propto \chi^4. \quad (21)$$

В данной схеме классический канал необходим для сообщения удаленному пользователю факта срабатывания фотодетектора, в этом случае телепортация считается успешной. Вероятность (эффективность) процесса телепортации мала в меру χ^4 . Доля ложных срабатываний фотодетектора, при которых будет телепортировано неправильное состояние, за счет следующих членов по χ в S -матрице мала дополнительно по параметру χ^2 . Отметим, что формально процесс телепортации стационарен (длится бесконечно долго), поскольку требуется приготовление входного монохроматического состояния. В этом случае вероятность регистрации фотодетектором в канале *out* одинакова в любой момент времени и не зависит от входного состояния. Очевидно, что при этом пользователь *A* имеет нулевую информацию о телепортированном состоянии.

Квантовая телепортация, разумеется, не позволяет передачу информации быстрее скорости света. В данной схеме интуитивное и качественное объяснение сводится к следующему. Поскольку входное состояние является монохроматическим и, как интуитивно всегда подразумевается, является нелокализованным (бесконечно протяженным), последнее означает, что поле уже как бы “заранее приготовлено” во всем пространстве. В том числе “заранее приготовлено” и у пространственно удаленных пользователей *A* и *B*. Измерение пользователем *A* переводит всю систему в новое состояние – редуцирует вектор состояния “сразу” и “везде” для всей системы. Обычно это место, как правило, вызывает интуитивное неприятие. Однако это “сразу” и

“езде” не приводит к возможности передачи информации быстрее скорости света. Для того чтобы передавать классическую информацию от A к B при помощи телепортированного состояния, необходим классический канал от A к B , для того, чтобы сообщить, что детектор сработал и телепортация состоялась. Классический канал связи подразумевает посылку классического объекта от A к B , скорость последнего не может превышать скорость света. Вопрос о том, что поле “заранее приготовлено”, везде тесно связан с вопросом о локализуемости фотона (точнее, нелокализуемости) (см., например, [19–23]). Насколько известно, этот вопрос в контексте квантовой телепортации детально пока не обсуждался.

Отметим, что процесс телепортации может быть переформулирован в терминах диаграммной техники. Причем, усреднение проводится не по основному состоянию, а по “стационарному” состоянию: $|\Omega\rangle \otimes \int_0^\infty d\omega f(\omega)|\omega\rangle$ – входное монохроматическое состояние и состояние однофотонного пакета. В случае идеальной телепортации такое состояние является также выходным. В этом смысле процесс является стационарным, и усреднение проводится по этому стационарному состоянию, которое не обязано быть основным. В этом случае диаграммная техника строится аналогично тому, как это делается в методе Келдыша [24].

В заключение выражаю благодарность Б.А.Волкову, М.В.Лебедеву, С.С.Назину, С.Т.Павлову за обсуждения. Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (проект 96-02-19396), а также программой “Перспективные технологии в микро- и нанoeлектронике” (проект 02.04.329.895.3).

-
1. W.K.Wootters and W.H.Zurek, *Nature* **299**, 802 (1982).
 2. A.Einstein, B.Podolsky, and N.Rosen, *Phys. Rev.* **47**, 777 (1935).
 3. J.S.Bell, *Speakable and Unsayable in Quantum Mechanics*, Cambridge University Press, Cambridge, England, 1988.
 4. C.H.Bennett, G.Brassard, C.Crepeau et al., *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1895 (1993).
 5. B.Boumeester, Jian-Wei Pan, K.Mattle et al., *Nature*, **390**, 575 (1997).
 6. D.Boschi, S.Branca, F.De Martini et al., *Phys. Rev. Lett.* **80**, 1121 (1998).
 7. L.Vaidman, *Phys. Rev.* **A49**, 1473 (1994).
 8. S.Braunstein and H.J.Kimble, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 869 (1998).
 9. R.A.Campos, B.E.A.Saleh, and M.C.Teich, *Phys. Rev.* **A42**, 4127 (1990).
 10. P.G.Kwait, K.Mattle, H.Weinfurter et al., *Phys. Rev. Lett.*, **75**, 4337 (1995).
 11. А.С.Холево, *Вероятностные и статистические аспекты квантовой теории*, М.: “Наука”, 1980.
 12. P.Busch, M.Grabowski, and P.J.Lahti, *Operational Quantum Physics*, Springer Lecture Notes in Physics **31**, 1995.
 13. K.Krauss, *States, Effects and Operations*, Springer-Verlag, Berlin, 1983.
 14. S.N.Molotov, in LANL E-Print Archive, <http://xxx.lanl.gov/quant-ph/9805045>.
 15. B.W.Schumacher, *Phys. Rev.* **A54**, 2614 (1996).
 16. M.A.Nielsen and C.M.Caves, *Phys. Rev.* **A55**, 2547 (1997).
 17. C.K.Hong and L.Mandel, *Phys. Rev.* **A31**, 2409 (1985).
 18. P.W.Milonni, H.Fearn, and A.Zeilinger, *Phys. Rev.* **A53**, 4556 (1996).
 19. T.D.Newton and E.P.Wigner, *Rev. Mod. Phys.* **21**, 400 (1949).
 20. A.S.Wightman, *Rev. Mod. Phys.* **34**, 845 (1962).
 21. K.Kraus, in: *The Uncertainty Principle and Foundations of Quantum Mechanics*, Eds. W.C.Price and S.S.Chissik, John Wiley & Sons, New York, 1976, p.293.
 22. H.Bacry, in: *Lecture Notes in Physics*, Vol.308, Eds. H.Araki et al, Springer-Verlag, Berlin, 1988.
 23. J.A.Brooke and F.E.Schroek, *J. of Math. Phys.* **37**, 5958 (1996).
 24. Л.В.Келдыш, *ЖЭТФ* **47**, 1515 (1964) (*Sov. JETP* **20**, 1018 (1965)).